



UNIVERSITÉ DE LILLE

École doctorale ED SMRE

Unité de recherche **Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules (PhLAM)**

Thèse présentée par **Corentin LECHEVALIER**

Soutenue le **13 décembre 2022**

En vue de l'obtention du grade de docteur de l'Université de Lille

Discipline **Physique**

Spécialité **Milieux dilués et optique fondamentale**

Structure des bandes, états propres et dynamique non linéaire dans un réseau photonique fibré

Thèse dirigée par Randoux STÉPHANE directeur
Amo Garcia ALBERTO co-directeur

Composition du jury

<i>Rapporteurs</i>	Fatome JULIEN Leo FRANÇOIS	Université de Bourgogne Université libre de Bruxelles	
<i>Examineurs</i>	Bellec MATTHIEU Laurent BIGOT	Université côte d'azur Université de Lille	président du jury
<i>Directeurs de thèse</i>	Randoux STÉPHANE Amo Garcia ALBERTO	Université de Lille Université de Lille	

Cette thèse a été préparée dans les laboratoires suivants.

**Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules
(PhLAM)**

Bât. P5
2 Avenue Jean Perrin
59655 Villeneuve d'ascq Cedex
France



Site <https://phlam.univ-lille.fr/>

**Centre d'Études et de Recherches Lasers et Applications
(Cerla)**

Cité scientifique
59655 Villeneuve d'ascq Cedex
France



Site <https://cerla.univ-lille.fr/>

STRUCTURE DES BANDES, ÉTATS PROPRES ET DYNAMIQUE NON LINÉAIRE DANS UN RÉSEAU PHOTONIQUE FIBRÉ**Résumé**

Ce travail de thèse est dédié à l'étude de la structure des bandes photoniques dans un réseau photonique fibré. Nous avons construit un double anneau fibré modélisant un réseau photonique de type Floquet-Bloch périodique en temps et en espace simulant un Hamiltonien périodique dans le temps. Nous décrivons dans ce travail un processus de mesure de l'intensité et de la phase du champ électrique par une technique de mesure hétérodyne. En utilisant ce processus, nous avons réalisé, pour la toute première fois, une observation directe en une seule mesure de la structure des bandes photoniques et de la relation de dispersion du réseau photonique.

En fournissant une analyse de la structure des bandes photoniques, nous avons caractérisé des phénomènes complexes dans le régime linéaire et non linéaire. Dans le régime linéaire, nous avons décrit avec une précision remarquable les états propres qui gouvernent le réseau photonique. Nous décrivons dans ce travail comment une modulation de phase périodique modifie la relation de dispersion et permet d'observer des structures de bandes particulières. Dans le régime non linéaire, nous avons mis en évidence l'émergence de structures solitoniques, à la fois dans la dynamique spatio-temporelle du réseau mais aussi dans la structure des bandes. La présence de nouveaux modes non linéaires dans la structure des bandes nous a permis à mieux comprendre les aspects focalisant ou défocalisant liés à la forme de la structure des bandes. À travers un processus de reconstruction du champ lumineux, nous avons pu observer la dynamique du champ complexe de la lumière pour étudier des effets non linéaires.

Cette thèse contribue à l'étude de la structure des bandes dans les réseaux photoniques pour mieux comprendre les phénomènes physiques dues à la dispersion et aux effets non linéaire. Elle apporte une analyse des vecteurs propres complète et nécessaire pour l'étude de réseau photoniques topologiques.

Mots clés : réseaux photoniques ; optiques linéaires ; relation de dispersion ; bandes photoniques ; états propres ; optiques non linéaires ; solitons discrets

BAND STRUCTURE, EIGENSTATES AND NONLINEAR DYNAMIC IN A FIBER PHOTONIC LATTICE**Abstract**

This thesis work is dedicated to the study of the photonic band structure of the lattice. We built a double fiber ring expressing a space-temporal photonic lattice type Floquet-Bloch that simule a temporal periodic Hamiltonian. We describe in this wrok a process that allow the measurement of both intensity and phase of the electrical field thanks to a heterodyne technic. By use of this process, we realise the single shot measurement of the photonic band structure and the dispersion relation of the photonic lattice.

Provinding analysis of these band structure, we caracterised complex phénomène in both linear and nonlinear regimes. In the linear régime, we described with a remarkable precision the eigenstates wich govern the photonic network. We have observed differents bands structures under periodics potentials and allows the observation of particular bands structures. In the nonlinear one, we have demonstrated the emergence of solitonics structures, in both spatio-temporal dynamic and inside band structure. Observation of new nonlinear modes in the band structure open the oportunity to study the nonlinear effect in the photonic lattice. Our observations shows the nonlinear modes that are responsible for soliton formation. Thanks to a rebuilding of the complex field of light we show dynamics of the complex electric field in order to observe nonlinear effects.

This thesis contributes to the study of the band structure of photonic lattice to better understand the physical phenomenon due to dispersion and nonlinear effects. This works gives a complete analysis of the eigenstates to understand more the properties of topological photonic lattices.

Keywords: photonics lattices; linear optics; dispersion relation; photonics bands; eigenstates; nonlinear optics; discrets solitons

Remerciements

D'abord, je voudrais remercier les membres de mon jury de thèse pour l'intérêt et le temps consacré à l'étude de cette thèse : M. Julien Fatome et M. François Leo pour avoir accepté de rapporter ; M. Matthieu Bellec et M. Laurent Bigot pour avoir examiné mon travail. Je remercie M. Marc Douay, ancien directeur, le directeur du laboratoire PhLAM M. Cristian Focsa et son équipe. Je tiens à remercier les membres du laboratoire CERLA dirigé par M. Xavier Mercier, Bénédicte et Marc votre accueil et votre soutien m'ont été d'une grande aide.

Une grande partie du travail présenté est l'aboutissement de réflexions et d'idées issues de mon équipe. J'ai eu la chance de faire partie d'une équipe formidable, avec des compétences scientifiques dans différents domaines et avec une approche du travail efficace et agréable. Un grand mérite revient à mes directeurs de thèse Stéphane Randoux et Alberto Amo Garcia qui m'ont poussé et ont cru en moi dès les premiers instants.

Pierre, je me souviendrai toujours de ta proposition (de dernière minute) qui changea pour sûr mon parcours scientifique. Alors que je devais partir pour un stage portant sur les gaz de solitons, tu m'a proposé l'idée d'un stage portant sur le double anneau. Même si le sujet me semblait obscure, tu as su me convaincre et avoir confiance en moi (plus que je ne l'aurai eu). La suite des événements fait preuve de ton discernement. Même si nous avons peu expérimenté ensemble, je me souviendrai de ta rigueur scientifique et de tes conseils qui ont toujours été d'une grande aide.

Stéphane, je me souviens de ce cours de licence au début du quel tu nous as expliqué la différence entre un scientifique et un politicien. Tu es un très bon professeur et c'est surtout ta bienveillance qui ma profondément touchée. Depuis cette tape sur l'épaule (un peu forte je dois dire), tu m'as toujours poussé à persévérer pour obtenir le meilleur de moi même. Je suis infiniment reconnaissant du temps et de la patience dont tu as fait preuve à mon égard, même quand je faisais sans arrêt des modifications dans l'expérience. Tu ne m'a pas seulement enseigné un domaine de recherche mais aussi une manière de vivre, et j'espère en être digne.

François, je ne pouvais pas ne pas mentionner tes remarques pertinentes et la bonne humeur quotidienne dont tu fais preuve. Je me souviendrais toujours de tes interprétations douteuses à la moindre opportunité (par exemple, en lisant le paragraphe précédent), je serai curieux d'ouvrir enfin ta boîte à citations pour comptabiliser et savoir qui a sorti le plus de phrase mémorable (?).

Alberto, sans toi ce projet n'aurait pas eu lieu. J'ai beaucoup aimé travailler à tes côtés, grâce à toi, j'ai beaucoup appris dans un domaine qui m'était inconnu. Je suis reconnaissant pour ton implication tout au long de ma thèse, cela a été un plaisir et un privilège de travailler avec toi.

Clément, je dois dire que tu as été d'un grand soutien pour parvenir à stabiliser l'expérience. Ton

travail a été remarquable, j'ai beaucoup apprécié de travailler avec toi.

J'adresse de sincères remerciements à l'ensemble des contributeurs de cette thèse. D'abord aux équipes de Lyon ENS, Lavi i am truly thankful for your help and your kindness ; ainsi qu'à l'équipe du C2N dont les réunions ont été intéressantes. Albert, i can't find words to explain how much i admire your work and your involvement in the team, you are a model to me.

J'adresse un grand merci à l'ensemble des thésards et membres du labo pour avoir créé une ambiance agréable. J'ai affectionné toutes ces discussions/débats et moment partagés avec vous. Parmi eux, Adrien a été mon premier exemple de savoir vivre au sein de l'équipe en tant que thésard. Ta gestion du bureau 124 en tant que shérif ne pouvait pas être meilleur, tu as fait de moi ton adjoint et j'ai été fier de reprendre le flambeau. Alexandre (L), j'ai perdu le compte du nombre de fois où tu m'a secouru grâce à ton savoir, tu as toujours su prendre le temps d'aider les gens autour de toi, je te souhaite le meilleur. Les multiples (mais tout de même modérées) pauses cafés passées aux côtés de Cécilia, Martin, Jordan, Rabih, Shivang et Christelle ont été une bouffée d'air frais. I thank you Shivang for your friendliness, you have always been good company and i will try to remember the hindi word you taught me (and not only the swearwords). Cécilia, je sais que le chemin peut être difficile mais à travers les épreuves tu as su rester debout, courage à toi. Martin, mon acolyte des 3B, heureusement que tu étais là, ton esprit fin et pétillant m'a souvent épaté, cela fut un plaisir. Jordan, tu as été pendant un moment mon voisin de bureau et je dois dire que tu m'a fortement influencé (de manière positive bien-sûr), malgré ton côté "chimiste" et ta couche de nervosité se cache en toi quelqu'un de souriant et de très sympathique. Alexandre (M), je te remercie de m'avoir cédé ta forteresse de solitude, j'ai bien apprécié ta compagnie et je te souhaite bonne continuation. En quittant le labo, je passe le flambeau à Rabih, qui m'a tout simplement surpris par son implication indéfectible, je suis certain que tu iras loin. J'adresse une petite dédicace à ceux qui ont souvent perturbé mon coin bureau, par exemple, en changeant l'assise de ma chaise ou encore en permutant les tuohecs de mon cialevr (les responsables assumeront t-ils?).

J'ai une pensée pour les membres et le personnel du laboratoire Sylvie, Nathalie, Isabelle, Gautier et Bénédicte vous êtes le ciment nécessaire au bon fonctionnement d'un laboratoire.

Julien, il est certain que la saveur de ces trois années n'aurait pas été la même sans ta présence. Après nos maintes discussions, qu'elles soient scientifiques ou sociales, je suis persuadé d'avoir trouvé plus qu'un ami.

À tous mes amis et à ma famille qui m'ont épaulé quotidiennement, je vous présente mes chaleureux remerciements. Rémi, après tous ces moments passés avec toi, d'abord le lycée, la fac (sans oublier la coloc), les concerts et tous ces rires, je suis heureux de te compter dans ma famille. Papa, maman, je ne pourrai jamais assez vous remercier, vous m'avez encouragé à chaque étapes. Au fil de toutes ces années vous m'avez soutenu et aujourd'hui je suis reconnaissant de tous ce que vous m'avez apporté. Bérengère, nous n'avons clairement pas le même caractère ni la même vision des choses mais tu m'as tout de même soutenue dans mes choix, et je t'en remercie.

Finalement, mes sincères remerciements vont pour Camille, ma femme. Si ton soutien se mesure à ton amour alors je suis certainement très chanceux de faire partie de ta vie. Tu as su me supporter pendant toutes ces années même dans les moments les plus difficiles. À l'évidence, tu as grandement contribué (à ta manière) au travail que je rend et à l'homme que je suis.

Sommaire

Résumé	ix
Remerciements	xi
Sommaire	xiii
Introduction générale	1
1 Dynamique de la lumière dans les réseaux photoniques	5
1.1 Une courte histoire des réseaux photoniques	5
1.1.1 Diffraction de la lumière dans les réseaux photoniques à une dimension	5
1.1.2 Étude des bandes photoniques dans les réseaux à une dimension	7
1.1.3 Les réseaux périodiques en temps et en espace	11
1.2 Génération du réseau photonique : Le double anneau	16
1.2.1 Création d'une dimension spatiale synthétique par multiplexage temporel	16
1.2.2 Équations d'évolution couplées et structure de bandes du système	18
1.3 Observation de la structure des bandes photoniques du double anneau	23
1.3.1 Observation de la structure de bande par l'injection de paquets d'ondes	23
1.3.2 Mesure de la relation de dispersion dans la base de Fourier	27
1.4 Conclusion	28
2 Observation de la structure des bandes photoniques	31
2.1 Réalisation expérimentale du double anneau	31
2.1.1 Conception du double anneau	31
2.2 Réponse impulsionnelle du double anneau	37
2.2.1 De l'évolution temporelle à la dynamique spatio-temporelle	37
2.2.2 Observation de la structure de bande	39
2.3 Propagations de paquet d'ondes	46
2.3.1 Simulation de la propagation de différents paquets d'ondes	47
2.3.2 Observations expérimentales	48
2.4 Conclusion	51

3	Caractérisation des bandes photoniques pour la mesure des états propres	53
3.1	Analyse de la structure des bandes photoniques	53
3.2	Caractérisation de la répartition spectrale de l'énergie dans le système	54
3.2.1	Reconstruction du profil de la puissance et de la phase spectrale	54
3.2.2	Mesures expérimentales de la puissance et de la phase des composantes spectrales	56
3.3	Caractérisation des états propres du système	58
3.3.1	Forme analytique et numérique des états propres	58
3.3.2	Reconstruction des états propres expérimentaux	60
3.3.3	Influence des pertes sur les états propres	62
3.4	Conclusion	63
4	Contrôle de la structure de bande par modulation de phase	65
4.1	Modélisation du système soumis à une modulation de phase périodique	65
4.1.1	Mise en forme du signal	66
4.1.2	Modification de la relation de dispersion	67
4.2	Mise en évidence expérimentale du contrôle de la structure de bande	68
4.2.1	Diagrammes spatio-temporels en présence d'une modulation de phase	68
4.2.2	Structure des bandes photoniques en présence d'une modulation de phase	68
4.3	Excitation d'une seule bande photonique	71
4.3.1	Excitation d'une bande par une perturbation de phase	71
4.4	Conclusion	73
5	Dynamique non linéaire dans le double anneau	75
5.1	Effets non linéaires dans le double anneau	76
5.1.1	Équations couplées avec non linéarité Kerr	76
5.1.2	Génération solitons discrets dans le double anneau	77
5.2	Génération de structures non linéaires	80
5.2.1	Dispositif expérimental	80
5.2.2	Nouvelles échelles de temps, longueur non linéaire et longueur de dispersion	80
5.2.3	La réponse impulsionnelle du système en présence d'effets non linéaires	82
5.2.4	Propagation de paquets d'ondes en présence d'effets non linéaires	84
5.2.5	Soliton en régime focalisant	86
5.3	Étude numérique de quelques phénomènes non linéaires observables dans le réseau photonique	91
5.3.1	Instabilité modulationnelle	91
5.3.2	Soliton de Peregrine	94
5.3.3	Effets non linéaires dans le régime défocalisant	95
5.4	Conclusion	98

Conclusions et perspectives	99
Conclusion Générale	99
Perspectives	101
A Dérivation de la relation de dispersion	105
A.1 Relation de dispersion	105
B Résultats supplémentaires sur les paquets d’ondes en régime non linéaire	107
B.1 Excitation de la bande focalisante par un paquet d’ondes	107
C Excitation d’un mode propre de la relation de dispersion	111
C.1 Projection d’une condition initiale sur un mode propre de la relation de dispersion .	111
D Asservissement de la différence de longueur entre les deux anneaux sur la fréquence d’émission du laser	113
D.1 Description du phénomène de variation dans le temps	113
D.1.1 Déphasage entre le laser de pompe et la longueur ΔL	113
D.1.2 Caractérisation du phénomène de variation dans le temps	114
D.2 Asservissement du double anneau sur l’émission du laser de pompe par une boucle de rétroaction	116
D.2.1 Dispositif expérimental et diagramme de contrôle	117
D.2.2 Asservissement en fréquence	119
E Calibration du modulateur de phase	121
E.1 Principe de la modulation de phase	121
E.2 Calibration du modulateur de phase autour d’une fréquence porteuse	122
Bibliographie	125
Glossaire	135

Introduction générale

Aujourd'hui, la physique expérimentale s'est développée rapidement autour de différents sujets et un intérêt accru est apparu autour des expériences pour simuler des modèles physiques complexes. C'est ainsi que durant les vingt dernière années, les réseaux optiques ont émergé et ont permis de simuler et d'observer une grande variété de phénomènes dans le domaine de la matière condensée et de la photonique. Les réseaux composés de guides d'ondes sont des plateformes remarquables pour explorer des phénomènes complexes et pour manipuler le champ lumineux. Certains réseaux permettent de contrôler pleinement les conditions de gain, pertes, non linéarités et de couplage entre sites [1, 2, 3]. On retrouve ces plateformes dans différents domaines comme dans les cristaux photoniques [4], les micro-cavités micro-ondes [5], des micro-résonateurs couplés [6] et des semi-conducteurs sous forme de micro-piliers [7]. Une majorité de ces systèmes possède de fortes limitations car certains paramètres sont fixés au moment de la fabrication du réseau et sont difficilement ajustables par la suite [8, 9, 10]. Aussi, l'évolution temporelle est parfois restreinte par l'utilisation de matériaux très dissipatifs [3, 11].

À ce jour, il existe principalement des études basées sur la description de la dynamique spatiale des impulsions lumineuses dans les réseaux. Dans certaines études, la structure de bandes est obtenue par une concaténation de différentes mesures indépendantes [12, 1, 8]. Malgré ces avancées, le contenu spectral de la structure des bandes restait inaccessible dû à la nécessité de connaître l'évolution du profil de la phase et de l'amplitude simultanément.

Dans ce sens, ce manuscrit présente un réseau photonique conçu avec de la fibre optique qui consiste en deux anneaux couplés entre-eux [13, 14]. L'évolution de la lumière dans celui-ci peut réaliser un grand nombre de périodes temporelles dans un dispositif expérimental compact. L'avantage d'utiliser de la fibre optique est de profiter des grandes avancées dans le domaine des télécommunications pour moduler de manière contrôlée l'amplitude et la phase de la lumière se propageant dans le réseau. Ce réseau a déjà prouvé son efficacité pour observer de nombreux phénomènes complexes [12, 15, 16].

Notre travail propose essentiellement une description de la structure des bandes et des composantes spectrales dans différents régimes de propagation, linéaire et non linéaire (focalisant et défocalisant). Ces observations sont réalisées en une seule mesure pour préserver les propriétés spectrales définies par les états propres du système. En outre, d'autres phénomènes physiques complexes apparaissent dès lors que des effets non linéaires accompagnent et modifient la propagation de la lumière. La possibilité d'observer ces phénomènes complexes dans des réseaux photoniques a motivé de très nombreux travaux, par exemple, la non linéarité peut modifier la dynamique de la lumière et générer

des structures solitoniques [17, 18], des couplages de modes par non linéarité [19, 20], la génération de nouvelles fréquences par effets non linéaires [21, 22] et des laser topologiques [23, 24]. Dans le cadre de ce manuscrit nous nous focaliserons sur le contenu solitonique présent dans la dynamique spatio-temporelle et dans le spectre d'impulsion large et de la réponse impulsionnelle dans le double anneau. Dans ce cas, la dynamique spatio-temporelle est caractérisée par l'émergence de structures non linéaires pouvant être décrite par un jeu d'équations non linéaires [25]. Concernant, la structure des bandes photoniques, la répartition de l'énergie sur les états propres, définie par la relation de dispersion linéaire, est radicalement différente. La première caractéristique de la non linéarité est de briser l'une des symétries du spectre par l'apparition de nouveaux modes non linéaires. Les travaux rapportés dans ce manuscrit nous ont permis d'observer expérimentalement ce scénario pour la première fois dans le double anneau.

Nous avons décomposé ces trois années de thèse de la manière suivante :

Chapitre 1 : Nous établirons le contexte historique et nous définirons les propriétés des réseaux périodiques en temps et en espace. À travers quelques exemples, nous verrons que les propriétés de dispersion de la lumière sont déterminées par une structure de bandes. Ensuite, nous développerons le modèle du réseau constitué de deux anneaux fibrés couplés. Le principe de base repose sur la création d'une dimension (synthétique) supplémentaire grâce à une technique dite de multiplexage temporel. Nous verrons que la propagation d'une impulsion lumineuse, dans les deux anneaux, suit un modèle mathématique basé sur un jeu d'équations couplées. Nous montrerons des mesures expérimentales réalisées dans des travaux précédents et nous décrirons notre propre méthode pour observer la relation de dispersion dans l'espace de Fourier.

Chapitre 2 : Nous décrirons la méthode expérimentale que nous avons développée pour effectuer la mesure de la relation de dispersion du réseau. Nous décrirons le dispositif expérimental réalisé pendant ma thèse. Nous détaillerons comment le principe de multiplexage temporel est implémenté dans le double anneau. Nous expliquerons pourquoi nous avons construit notre réseau avec une fibre à maintien de polarisation et pourquoi notre réseau est constitué d'anneaux de longueur courte. Nous étudierons la réponse impulsionnelle pour observer la relation de dispersion complète. Nous expliquerons le protocole de génération du diagramme spatio-temporel à partir du signal temporel enregistré expérimentalement, puis le processus d'observation de la structure de bandes. Aussi, nous montrerons que nous pouvons injecter des paquets d'ondes dans le but d'observer localement la relation de dispersion.

Chapitre 3 : Suite à notre mesure expérimentale, nous montrerons, via deux mesures spectrales (de l'amplitude et de la phase), que nous pouvons décrire les états propres du système avec une précision remarquable. Nous présenterons nos résultats expérimentaux pour les deux vecteurs propres du système. Et enfin, nous testerons la robustesse des états propres en présence d'effets dissipatifs.

Chapitre 4 : Une fois la relation de dispersion bien établie, nous montrerons qu'il est possible de contrôler sa forme avec un modulateur de phase. L'utilisation d'un signal périodique permettra de contrôler la forme de la structure de bande vers une forme souhaitée et nous proposerons une technique pour sélectionner l'une des deux bandes photoniques.

Chapitre 5 : Nous présenterons une analyse de la dynamique spatio-temporelle dans le réseau photonique et de la structure des bandes en régime non linéaires. Nous verrons la formation de soliton discrets et leur propriétés spectrales. Aussi, nous décrirons une méthode de reconstruction du champ complexe des impulsions à l'aide du contenu spectral. Finalement, nous étudierons la possibilité d'explorer d'autres phénomènes non linéaires.

Dynamique de la lumière dans les réseaux photoniques

Dans ce chapitre, nous allons introduire le cadre général de nos recherches. Nous commencerons par une vue globale des réseaux photoniques. Nous discuterons notamment des réseaux périodiques en espace et en temps. Nous verrons que la propagation de la lumière dans les réseaux périodiques est déterminée par une structure de bande. Ensuite, nous développerons le modèle du réseau photonique que j'ai réalisé durant ma thèse. Ce réseau est basé sur un principe dit de *multiplexage temporel* qui permet d'étendre d'un degré la dimension du réseau. Il est réalisé avec des fibres optiques et est constitué de deux anneaux de tailles différentes couplés entre eux. Nous expliquerons comment ce système peut générer un réseau discret en temps et en espace. Nous décrirons le modèle mathématique, constitué d'un jeu d'équations couplées itératives décrivant le réseau. Ensuite, nous utiliserons le théorème de Floquet-Bloch (qui se trouve être adapté au réseaux périodiques en temps et en espace) pour déterminer les états propres du système. Nous terminerons ce chapitre en passant en revue les méthodes employées dans des travaux précédents pour observer la structure des bandes et nous verrons que la forme de ces bandes permet de retrouver des propriétés topologiques du réseau. Enfin, nous présenterons notre méthode pour obtenir la relation de dispersion par la réalisation d'une transformée de Fourier à deux dimensions.

1.1 Une courte histoire des réseaux photoniques

1.1.1 Diffraction de la lumière dans les réseaux photoniques à une dimension

L'étude de la propagation de la lumière dans des structures diélectriques périodiques a connu une attention considérable ces deux dernières décennies. Les réseaux photoniques représentent des plateformes idéales pour l'observation de nombreux phénomènes comme la diffraction discrète de la lumière [26], les oscillations de Bloch [27, 28], les oscillations de Rabi [29], la localisation d'Anderson [30], la formation de solitons discrets [31, 18], et bien d'autres encore. Ces phénomènes ont été largement étudiés en physique de l'état solide, où les électrons circulent dans un cristal périodique

dans lequel leur propagation est régie par une structure de bande [32]. Les recherches sur les réseaux photoniques ont suscité le développement de différentes plateformes dans différents domaines, en atomes froids [33], en topologie [34], dans les systèmes mécaniques [35, 36] et dans les réseaux photoniques [4, 37].

Comme on peut le voir sur la figure 1.1 (a), la lumière, injectée dans un matériau dont l'indice de réfraction Δn est homogène, se propage en s'étalant continuellement dans le matériau selon un phénomène classique de diffraction à une dimension. En revanche, si l'on dispose des éléments guidant couplés par ondes évanescentes de manière régulière dans l'espace, il est possible de réaliser des milieux aux propriétés particulières, totalement différentes de celles qu'aurait un bloc homogène du même matériau [19]. La figure 1.1 (b) illustre un phénomène de diffraction discrète dans un réseau de guides planaires à une dimension couplés par ondes évanescentes [38, 39].

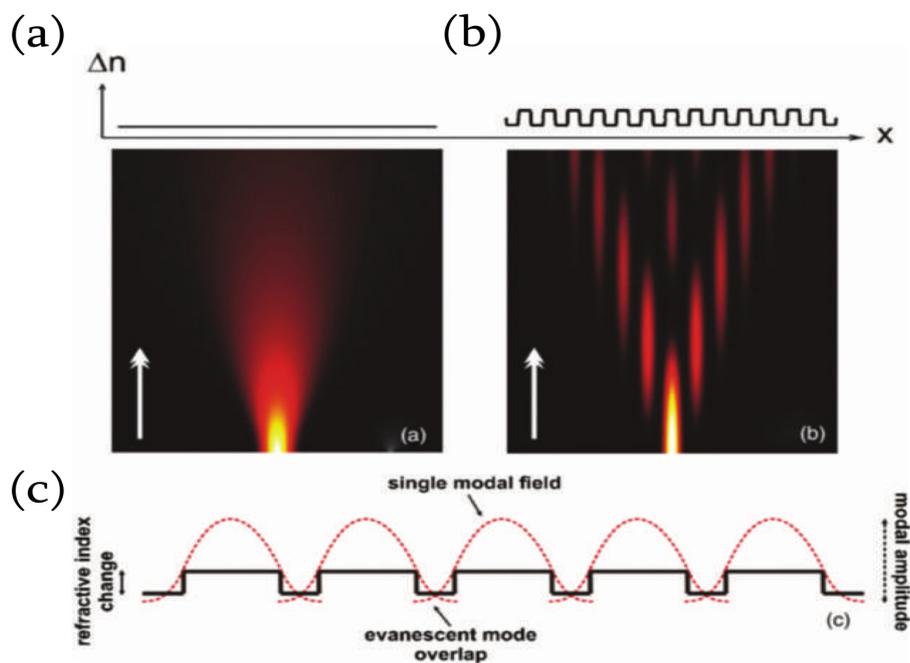


FIGURE 1.1 – (a) Diffraction de la lumière dans un milieu au profil d'indice continu, et discret en (b). (c) Les différents guides d'ondes couplés par ondes évanescentes forment un réseau discret à une dimension. [19]

Les guides d'ondes, constituant ces réseaux discrets, sont conçus avec des guides planaires couplés par ondes évanescentes. Ils sont juxtaposés les uns à côté des autres de façon à obtenir un recouvrement entre les modes se propageant dans les guides [40]. Les premiers à concevoir ces guides d'ondes ont été S. Somekh et al. en 1973 [41], ils montrent que, dans un réseau de guides fabriqués en Arséniure de Gallium, la lumière se couple à travers les différents guides. Ce concept a aussi été éprouvé avec des fibres optiques [42], et il a été largement repris dans différents travaux [43, 44, 19].

Par exemple, l'équipe de F. Lederer [8] expérimente la propagation de différentes impulsions lumineuses dans un réseau discret composé de guides d'ondes couplés. Sur la figure 1.2 (a) on observe les différents guides d'ondes alignés formant le réseau. La figure 1.2 (b) montre l'évolution spatiale de l'intensité dans le réseau lorsqu'une impulsion étroite (de la taille d'un guide d'onde élémentaire) est injectée dans le réseau. L'impulsion passe d'un guide à l'autre au cours de la propagation et

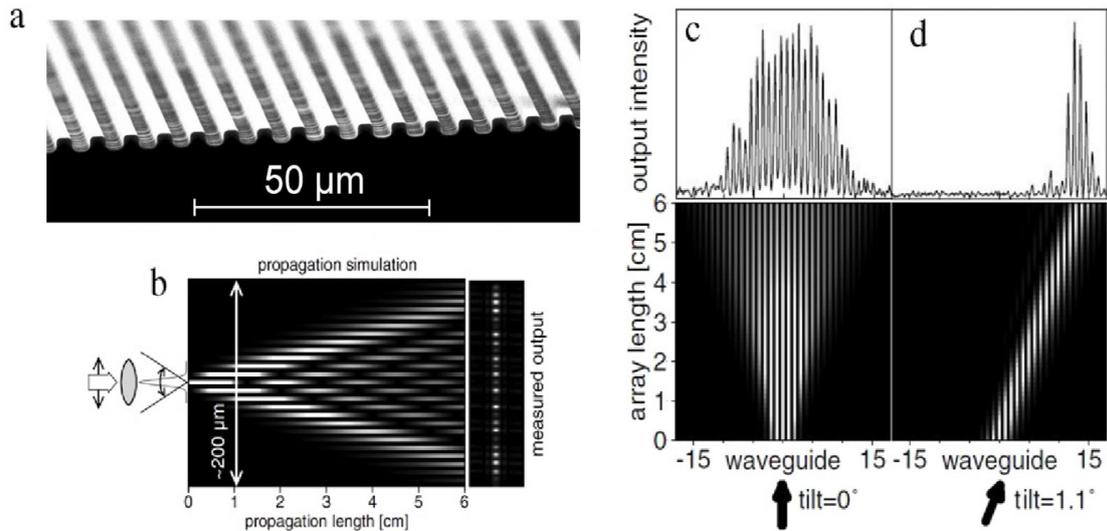


FIGURE 1.2 – (a) Réseau photonique discret composé de plusieurs guides d’ondes. (b) Réponse impulsionnelle du réseau provoquée par une impulsion spatialement étroite. (c-d) Propagations d’impulsions larges dans le réseau. [8]

on observe des zones d’interférences. Avec une impulsion plus large (couvrant plusieurs guides), l’impulsion se disperse dans le réseau selon des règles déterminées par les conditions d’excitation du réseau et les propriétés de dispersion, voir les figures 1.3 (c-d).

Au plus les recherches sur les guides d’ondes discrets avancent, au plus se dégagent des propriétés fondamentales propres à l’aspect discret en général [13, 45]. Cela indique que les réseaux discrets à guides d’ondes évanescents ne sont pas seulement une extension pour étudier l’aspect discret mais constituent bien un système unique avec ses propres propriétés [2]. Pendant longtemps, ils ont été limité à une configuration à une dimension [46, 47], puis à plusieurs dimensions en 2003 en utilisant des cristaux photoréfractifs [48, 17].

Aujourd’hui, les réseaux se font de plus en plus à petite échelle. Dans des micro-cavités, la lumière circule dans des micro-piliers pour simuler la turbulence quantique et observer la formation de vortex [49]. Ou encore, des semi-conducteurs (CMOS) sous forme de micro-résonateurs d’échelle nanométrique sont agencés dans le cadre d’applications à haute fréquence en télécommunication, dans des lasers, des filtres, des détecteurs [50] et en recherche expérimentale pour la génération de structures solitoniques à haute fréquence [51].

1.1.2 Étude des bandes photoniques dans les réseaux à une dimension

La manière dont une impulsion lumineuse va se propager dans un réseau (sa direction et son étalement) va être déterminée par une relation qui lie le vecteur de propagation à la pulsation de l’impulsion. Comme nous le verrons plus tard, la forme de cette relation fournit des informations sur la propagation d’une onde dans le réseau mais elle apporte aussi des informations sur les propriétés topologiques du réseau.

Les réseaux que nous étudions dans cette section, sont construits à partir d’un matériau unique et agencés de manière à générer un réseau à une dimension spatiale. Dans ceux-ci, l’évolution des impulsions lumineuses est décrite exclusivement dans l’espace.

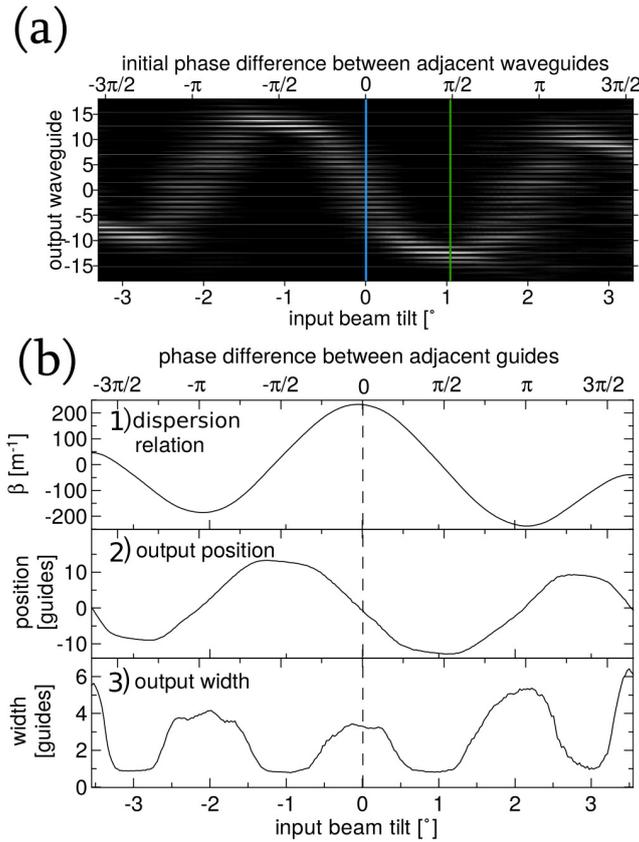


FIGURE 1.3 – (a) Profils d’intensité en sortie du réseau à une dimension en fonction de l’inclinaison du faisceau large, les coupes vertes (inclinaison de 1.1°) et bleues (inclinaison de 0°) représentent les profils tracés sur les figures 1.2 (c-d). (b.1) Relation de dispersion du réseau. (b.2) Position centrale de l’impulsion en fonction de l’inclinaison à l’entrée. (b.3) Largeur spatiale de l’impulsion en fonction de l’inclinaison à l’entrée. [8]

Dans la référence [8], F. Lederer et al. étudient la propagation de différents paquets d’ondes dans un réseau à une dimension dans le but de reconstruire la relation de dispersion caractérisant le réseau. Sur la figure 1.3 (a) on observe la dispersion d’une impulsion injectée dans le réseau en fonction de son angle d’incidence à l’entrée du réseau. Sur cette figure, les coupes vertes (inclinaison de 1.1°) et bleues (inclinaison de 0°) reprennent les deux exemples tracés sur les figures 1.2 (c-d). La figure 1.3 (a) est donc une vue globale de la réponse spatiale du déplacement de plusieurs conditions initiales différentes dans le réseau. En fonction de l’inclinaison à l’entrée du réseau, la position centrale de l’impulsion, une fois celle-ci propagée dans le réseau, se situe à différentes positions, ces données sont tracées sur la figure 1.2 (b.2). De même pour la largeur des impulsions qui augmente ou diminue selon l’inclinaison, voir la figure 1.2 (b.3). Ces observations spatiales sont déterminées par la relation de dispersion tracée en figure 1.2 (b.1). La forme de cette relation matérialise une bande photonique.

Nous restons dans les réseaux périodiques à une dimension spatiale pour aborder la notion de dimension synthétique.

Une dimension synthétique est un degré de liberté supplémentaire du système qui peut être confi-

guré dans un réseau à partir d'un agencement des guides d'ondes élémentaires ou en préparant soigneusement l'impulsion qui excitera le réseau. Dès lors, il est très intéressant d'accéder à des phénomènes qui s'expriment dans une dimension supérieure à celle de la dimension fixée par les guides d'ondes. Différentes techniques sont employées pour générer cette dimension synthétique, par exemple sur la figure 1.4 (a), dans une chaîne à une dimension de cavités optiques couplées le long d'un axe spatial j , W.Luo [52] appliquent une modulation de phase sur des photons pour changer leur moment angulaire orbital. Ces différents moments angulaires s'expriment à différents niveaux d'énergies dans une dimension perpendiculaire (l'axe l) à celle de la chaîne formée par les cavités optiques. Grâce à cette nouvelle dimension le réseau simule un réseau à deux dimensions, ils accèdent à une nouvelle physique dans laquelle ils peuvent observer des propriétés topologiques inaccessibles dans la dimension de départ, comme des états de bords¹, voir la figure 1.4 (c).

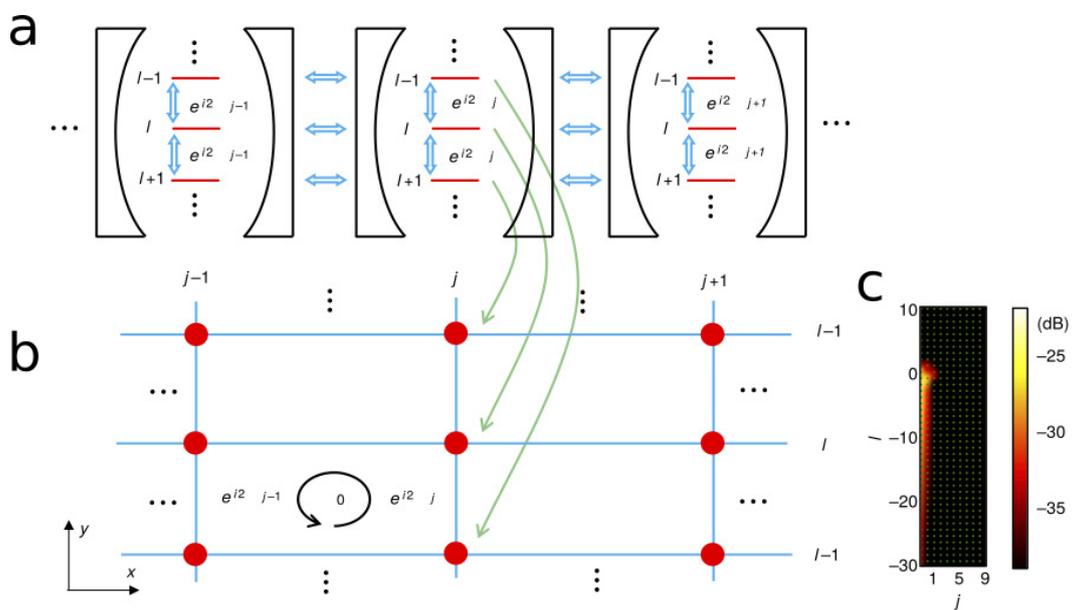


FIGURE 1.4 – (a) Schéma d'une chaîne de cavités couplées dans lesquelles des photons circulent sur l'axe spatial j . (b) Schéma du réseau constitué des cavités (en points rouges) Une modulation de phase permet de modifier le moment angulaire des photons pour exciter des niveaux d'énergies l . (c) Simulation d'un état de bord, les photons se déplacent exclusivement sur les contours du réseau formé par les cavités (points verts). [52]

Dans un autre exemple, une dimension synthétique peut être construite à partir des modes équidistants en fréquence dans un réseau périodique. La technique employée dans ces systèmes consiste à mesurer la réponse du système à différents niveaux d'énergies. Cette technique a d'abord été employée dans le domaine de l'état solide de la matière [53, 54]. Dans ces travaux, ils étudient la réponse spatiale de réseaux photoniques soumis à des impulsions lumineuses modulées en fréquence par une modulation de phase. La modulation de phase agit comme un potentiel optique dans le domaine fréquentiel et permet de contrôler efficacement les bandes photoniques du réseau. Lorsque la modulation de phase satisfait des niveaux de fréquences résonants avec les modes du réseau, alors le réseau se discrétise sur une nouvelle dimension (synthétique).

1. Un état de bord est un mode de propagation qui possède des propriétés topologiques particulières comme le déplacement restreint sur les bords du réseau et une robustesse face aux défauts.

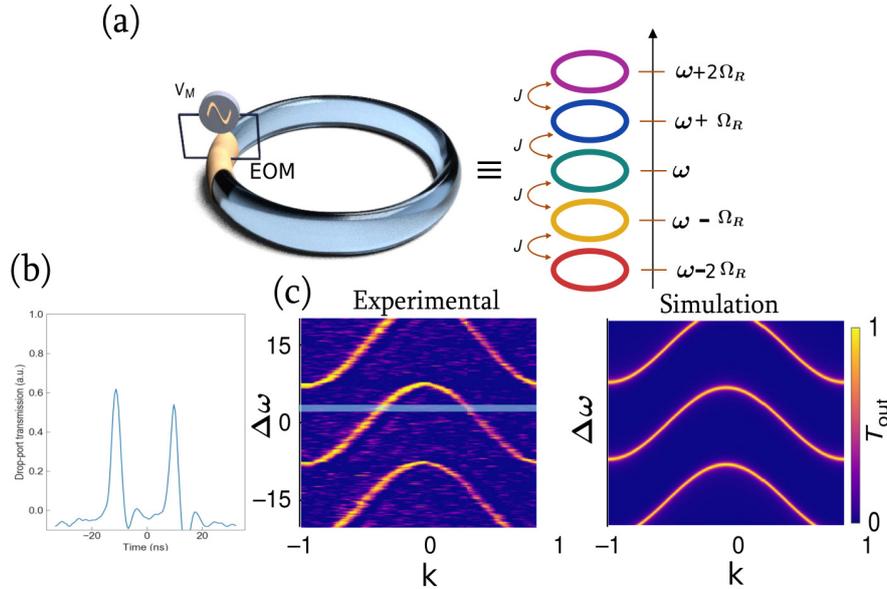


FIGURE 1.5 – (a) Schéma d’un anneau simple munit d’un modulateur électro-optique (EOM) pour exciter l’anneau à différentes fréquences. (b) Réponse de l’anneau pour une fréquence donnée. (c) Structure de bande reconstruite à partir de différentes données (la mesure de (b) se situe sur la bande horizontale grisée). [1]

Toujours dans cette démarche, l’équipe de A. Dutt et al. [1] a construit un anneau simple fibré dans lequel une onde plane est modulée en amplitude et en phase pour obtenir une réponse à une fréquence donnée, voir les premiers travaux de Yuan [55, 56] à ce sujet. Sur la figure 1.5 (a) est schématisé un anneau dans lequel est placé un modulateur électro-optique EOM. Ce dernier module l’onde lumineuse parcourant l’anneau, cette modulation va exciter des modes d’énergies (ou pulsations) à $\Delta\omega$ (sur l’axe vertical) à des niveaux différents Ω_R définis par l’intervalle spectral libre (ISL) de l’anneau. La combinaison des différents résultats spatiaux, (à différentes pulsations) dont un exemple est tracé sur la figure 1.5 (b), leur permettent de reconstruire la structure des bandes photoniques formant la relation de dispersion sur la figure 1.5 (c). Cette relation de dispersion montre plusieurs bandes photoniques, en réalité le système n’en possède qu’une seule mais leur dispositif expérimental leur permet d’observer des multiples de la bande photonique, c’est pourquoi ils retrouvent la même bande photonique à plusieurs niveaux de pulsation.

Cette technique mesure efficacement la densité d’énergie le long de l’axe des quasi-moments k pour seulement une valeur d’énergie $\Delta\omega$. C’est pourquoi, l’opération doit être réalisée plusieurs fois (à différents niveaux d’énergie) pour reconstruire la relation de dispersion dans son intégralité. En résumé, cette technique consiste à un balayage de la réponse spatiale du système à différents niveaux d’énergies.

Dans la suite, nous nous intéresserons aux réseaux périodiques en temps et en espace, et à leur relation de dispersion. Nous commencerons par étudier la théorie de Floquet-Bloch qui décrit ces réseaux et nous décrirons le système du double anneau dans lequel nous créons une dimension synthétique dans le temps.

1.1.3 Les réseaux périodiques en temps et en espace

Dans cette section, nous introduirons les théorèmes de Floquet et de Bloch qui caractérisent les états propres présents dans les réseaux périodiques en temps et en espace. Ensuite, à travers quelques exemples, nous présenterons comment l'on peut induire une période temporelle dans un réseau spatial.

La théorie de Floquet-Bloch

Dans le cas des réseaux discrets, le théorème de Floquet-Bloch fait son apparition lorsque les modes de propagation d'une onde peuvent être approximés par un ensemble fini et discret d'états liés. C'est le cas des réseaux périodiques en temps et en espace basés sur le théorème de Floquet-Bloch. La terminologie "théorème de Floquet" est employée pour un système possédant une période temporelle et "théorème de Bloch" pour une période spatiale. Le théorème de Floquet qui traite de l'aspect périodique en temps, a été établi par G. Floquet en 1883 [57]. Sa forme canonique a été donnée par G. Hill [58]. L'idée d'un Hamiltonien périodique en espace a été introduite par Lyapunov en 1928 [59] et théorisé par F. Bloch en 1928 [60]. Ce dernier donne lieu à la théorie des bandes [61, 62].

- La notion de potentiel périodique est bien connue dans la physique des électrons plongés dans un champ électrique. Elle est introduite en 1940 par W.Houston [63]. De manière générale, les fonctions propres d'un Hamiltonien placé dans un potentiel périodique à une dimension, prennent la forme

$$|\Psi_Q(n)\rangle = e^{iQn}|\psi_Q(n)\rangle, \quad (1.1)$$

où Q à la dimension d'un nombre d'onde (ou moment de Bloch) et $|\psi_Q(n)\rangle$ une fonction propre périodique dans l'espace n tel que $|\psi_Q(n+a)\rangle = |\psi_Q(n)\rangle$, avec a la période spatiale. C'est sous cette forme, appelée forme de Bloch, que nous chercherons les états propres du système périodique dans l'espace. La signification physique est claire : les états propres sont le produit d'une onde plane e^{iQn} et d'une fonction périodique $|\psi_Q(n)\rangle$.

- La théorie de Floquet traite les Hamiltoniens périodiques en temps tels que $H(t+T) = H(t)$. Ici T représente la période temporelle du réseau. Ces réseaux peuvent être obtenus par l'émission d'une onde électromagnétique sur un réseau, sur lequel des photons circulent [64, 65]; en perturbant de manière périodique un réseau optique [66, 67] ou en jouant sur la périodicité d'un réseau [34]. Le système, initialement préparé dans un état $|\Psi(\vec{r}, t_0)\rangle$ ² évolue dans le temps en accord avec un opérateur d'évolution $U(t, t_0)$ vers un état $|\Psi(\vec{r}, t)\rangle = U(\vec{r}, t_0, t)|\Psi(\vec{r}, t_0)\rangle$. L'état propre satisfait l'équation de Schrödinger,

$$i \frac{\partial |\Psi(\vec{r}, t)\rangle}{\partial t} = H(\vec{r}, t)|\Psi(\vec{r}, t)\rangle. \quad (1.2)$$

2. Dans la suite de ce manuscrit, les notations d'espace et de temps changent pour s'adapter au système. Le paramètre d'espace devient $\vec{r} \rightarrow n$ et celui du temps $t \rightarrow m$. Ainsi l'état propre s'exprimera $|\Psi(\vec{r}, t)\rangle \rightarrow |\Psi(n, m)\rangle$

D'après le théorème de Floquet il existe une solution à l'équation (1.2) de la forme

$$|\Psi(t)\rangle = e^{i\theta t}|\psi(t)\rangle \quad (1.3)$$

$$|\Psi(t+T)\rangle = e^{i\theta T}|\psi(t)\rangle \quad (1.4)$$

où $|\psi(t+T)\rangle = |\psi(t)\rangle$. $|\psi(t)\rangle$ représente les états de Floquet, et θ représente les quasi-énergies, qui sont définies par des multiples de $\omega = 2\pi/T$.

On peut voir le théorème de Floquet comme une extension du théorème de Bloch mais celui-ci n'a pas le même rôle. Si l'on résout l'équation (1.2) avec la solution (1.3) on obtient les valeurs propres dépendantes du temps : $\mathcal{H}(t)|\psi(t)\rangle = \theta|\psi(t)\rangle$, avec $\mathcal{H}(t) = H(t) - i\frac{\partial}{\partial t}$ un opérateur Hermitien. On retrouve ces Hamiltoniens dans des réseaux périodiques en temps [68].

Finalement, dans le cas d'un réseau périodique en espace et en temps, on pourra chercher des solutions de la forme : $|\Psi(n, m)\rangle = e^{i\theta m} e^{iQn} |\psi(n, m)\rangle$ où n représente la variable d'espace et m celle du temps.

Nous verrons plus tard que ces deux théorèmes impliquent la formation d'une structure de bande dans la relation de dispersion de notre système. Cette structure de bande se forme à partir des valeurs propres θ et possède des propriétés de symétrie, voir le paragraphe 1.2.2. Avant de décrire notre système, nous faisons la description de différents réseaux périodiques en temps.

Les réseaux modulés dans le temps

On peut distinguer différentes manières de provoquer une modulation périodique temporelle dans un réseau. Dans un sens, on peut considérer des degrés de libertés de la lumière comme le pseudo spin des photons [6, 69]. Dans un second, une modulation temporelle génère un Hamiltonien périodique en temps pour briser la symétrie par renversement du temps. Cette modulation temporelle peut être produite par un champ électromagnétique appliqué sur un réseau de semiconducteurs [64], sur un réseau de graphène [70] ou sur un réseau de résonateurs [71]. La période temporelle peut aussi être induite par une série de changement d'état périodique de la lumière par des phénomènes de translations et de rotations générant une marche quantique à une dimension dans le temps, voir les travaux de T.Kitagawa [68]. Dans le domaine de la matière condensée, on trouve des réseaux modulés dans le temps par une modulation périodique $V(t+T) = V(t)$, où $T = 2\pi/\omega$, pour générer des Hamiltoniens dépendant du temps à l'aide d'une *ingénierie de Floquet* liée à la théorie de Floquet [72, 64, 70, 68, 73, 74]. Le but de cette ingénierie est d'appliquer un potentiel temporel périodique à un Hamiltonien $H(t) = H_0 + V(t)$ pour obtenir un opérateur de Floquet $U(t, t_0)$. L'Hamiltonien $H(t)$ généré dans ces systèmes est radicalement différent de celui statique H_0 .

On peut relever deux types de modulations temporelles, on les distingue en comparant la pulsation Ω inhérente au système $H(t)$ avec le temps pour réaliser une période temporelle définie par le motif des guides d'ondes.

Dans le premier cas, la modulation temporelle se réalise à haute fréquence, c'est le cas lorsque l'énergie de couplage entre guide d'ondes est inférieur à la pulsation Ω de l'Hamiltonien $H(t)$

($\hbar\Omega \gg J$, où J représente l'amplitude de couplage entre guides). Dans ce cas, l'échelle de temps de la modulation temporelle est bien plus courte que le temps de transfert des ondes entre les guides. Physiquement, le potentiel périodique applique une dynamique à des temps très court rendant les micro-mouvements négligeables [3]. Ainsi, on peut décrire la dynamique du système à temps long avec un Hamiltonien effectif H_{eff} comme étant une intégrale dans le temps de tous ces micro-mouvements. Cet hamiltonien effectif est associé à un opérateur de Floquet $U(t, t_0)$, lequel intègre dans le temps tous les Hamiltoniens : $U(t, t_0) = e^{-(i/\hbar)\int_{t_0}^t dt' H(t')}$.

En revanche, dans le deuxième cas, pour des modulations temporelles lentes, le système ne peut plus être décrit par un Hamiltonien effectif. Dans ces systèmes, la fréquence de modulation s'ajuste au couplage entre les guides d'ondes ($\hbar\Omega \approx J$). Ainsi, dans cette situation, les micro-mouvements deviennent important et les propriétés basées sur H_{eff} doivent être revues [75, 76].

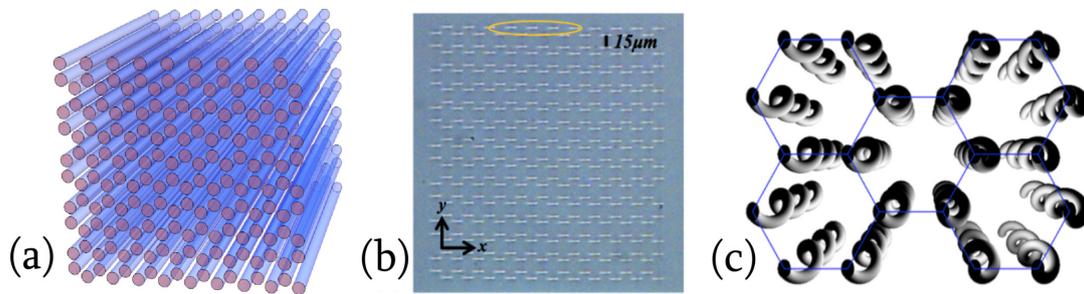


FIGURE 1.6 – (a) Le réseau en nid d'abeille constitué de guides d'ondes droits. (b) Réseau formé de guides d'ondes photoinscrits dans le verre par inscription laser. (c) Schéma des guides d'ondes hélicoïdaux. La forme hélicoïdale induit un potentiel périodique dans le temps. [72]

Nous illustrons le cas des systèmes modulés à haute fréquence par les travaux de M.Rechtsman et al. [72]. Le schéma de la structure sur la figure 1.6 (a) et l'image expérimentale sur la figure 1.6 (b) est un réseau de guides d'ondes photoinscrits dans le verre à deux dimensions. Le motif élémentaire du réseau forme un nid d'abeille. Chaque guide d'ondes est espacés d'une distance permettent d'assurer un couplage par ondes évanescentes entre eux. Le réseau formé par ces guides d'ondes en figures 1.6 (a-b) ne permet pas encore de générer un système de Floquet car il n'y a pas de période temporelle dans le réseau (le long de l'axe de propagation z). Pour cela, le réseau est modifié structurellement, les guides d'ondes prennent une forme hélicoïdale, voir la figure 1.6 (c). Le déplacement de la lumière dans ce réseau se fait dans le repère cylindrique $x \rightarrow x + R \cos \Omega z$, $y \rightarrow y + R \sin \Omega z$ et $z \rightarrow z$. Dans ce réseau, lors de son déplacement le long de l'axe z (l'axe temporel), la lumière va subir un potentiel périodique induit par la rotation hélicoïdale des guides d'ondes. Ce potentiel provoque une dynamique temporelle plus rapide que le temps nécessaire pour la lumière de passer d'un guide à l'autre. Ainsi, l'évolution de la lumière est décrite par un Hamiltonien effectif dépendant du temps. Ces travaux sont proches du modèle d'Haldane [77] (qui nécessite un champs magnétique) dans la limite où la modulation périodique ($V(t)$) est réalisée à haute fréquence. Dans leur étude, Rechtsman et al. [72] montrent qu'il est possible de modifier la structure des bandes à l'aide de guide d'ondes de forme hélicoïdale. Cette opération permet d'obtenir un isolant topologique

anormal dans lequel on peut observer un invariant topologique, le nombre de Chern. Cependant, la structure des bandes photoniques n'a pas pu être observée expérimentalement dans ce genre de système où l'on se restreint à étudier le déplacement de la lumière pour déduire la présence d'états topologiques.

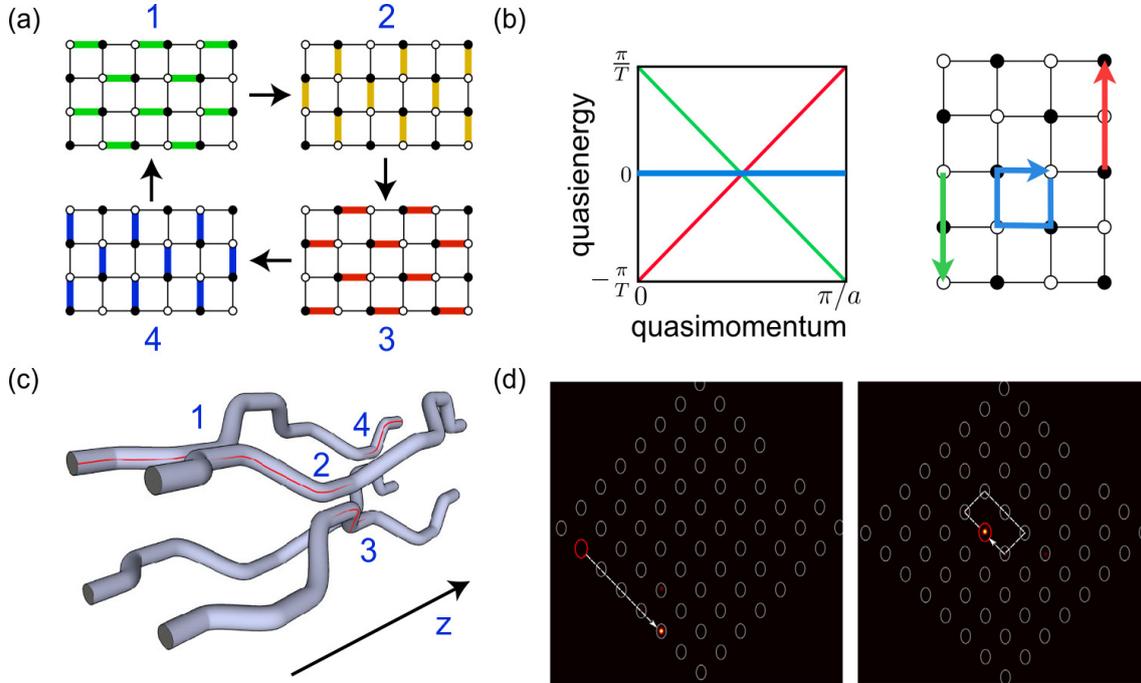


FIGURE 1.7 – (a) Séquence temporelle en quatre étapes. Lors de la propagation de la lumière le long de l'axe z (voir (c)), celle-ci passe de site en site par couplage évanescent. (b) Structures des bandes en fonction du chemin emprunté par l'onde. (c) Schéma du couplage entre guides le long de l'axe z . (d) Observations expérimentales d'états de bords dans les références [9, 10]. [75]

À l'inverse de la modulation à haute fréquence décrite en amont, celle-ci n'est plus vraie dès que la période de modulation est comparable aux autres échelles de temps présentes dans le réseau (lorsque $\hbar\Omega \approx J$). Dans ces réseaux, les micro-mouvements jouent un rôle important dans la dynamique du système [3, 76]. Ces réseaux peuvent se trouver à une dimension [3, 78] ou à deux dimensions [79].

Pour illustrer les systèmes comportant une modulation temporelle lente, nous reprenons les travaux de l'équipe de Rudner et al. [75]. Dans leur modèle il est possible de générer des phases topologiques anormales de Floquet. La particularité de ce modèle réside dans la forme des bandes et des états de bords qu'elles supportent.

Ce modèle est représenté sur la figure 1.7 (a), un réseau à deux dimensions et composé de sites (dans le plan (x, y)) sur lesquelles la lumière peut passer de l'un à l'autre au cours de sa propagation (le long de l'axe z). Le modèle repose sur une séquence temporelle de quatre mouvements, voir les figures 1.7 (a-c). La période temporelle T est séparée en quatre étapes de temps $T/4$ pendant lesquelles la lumière se couple à un proche voisin dans une direction donnée, voir les différentes directions en couleur sur la figure 1.7 (b). Cette séquence périodique permet l'émergence d'une symétrie qui est cruciale pour obtenir des états de bords. Les structures des bandes sont tracées sur la figure 1.7 (b), en fonction du déplacement induit par la séquence temporelle, les bandes sont soit plates en bleu (la séquence est décrite par le modèle en (a)), soit inclinées en rouge et vert. Ce modèle a

été implémenté expérimentalement dans des réseaux à deux dimensions [9, 10]. Ces réseaux sont créés à partir de guides d'ondes photoinscrits dans le verre (la technique est inspirée des travaux de la référence [19]), dans un plan (x, y) et z joue le rôle du temps. Dans ces réseaux, les auteurs réalisent les déplacements du modèle de la figure 1.7 (b) pour appliquer un mouvement de site en site à la lumière. Grâce à cela, les deux équipes ont trouvé des modes de propagation de la lumière topologiques anormaux (voir les figures en (d)), dans lesquels des modes de bords sont déterminés exclusivement par un invariant topologique (le nombre d'enroulement ν).

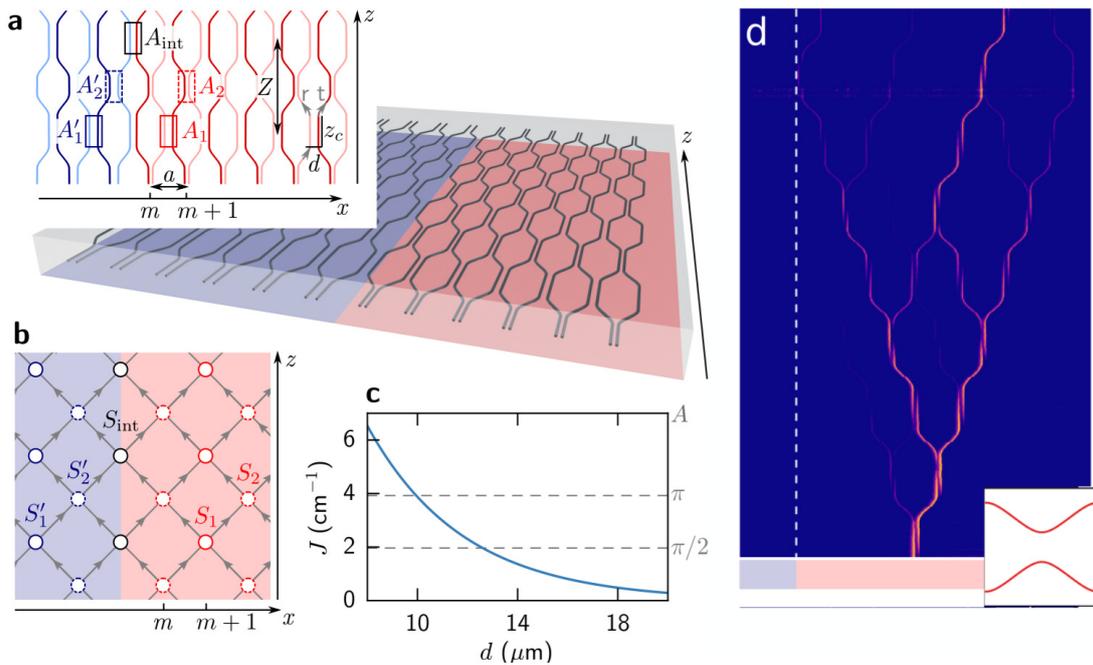


FIGURE 1.8 – (a-b) Schémas représentant le réseau constitué de deux zones (bleue et rouge) avec une valeur de couplage entre guides différente selon la zone. (c) Valeur du couplage J entre guides en fonction de la distance d . (d) Observation expérimentale de la propagation de la lumière injectée sur un seul guide d'ondes, la miniature représente la relation de dispersion du réseau. [80]

Dans un autre réseau, M. Bellec et al. [80] proposent d'inscrire la période temporelle (lente) dans un réseau à une dimension où la valeur du couplage est différente d'une zone à l'autre. Ce réseau est conceptuellement proche du double anneau. Le réseau à une dimension est composé de guides d'ondes en silice dont l'écart est modulée lors de la photoinscription dans le verre. Sur la figure 1.8 (a), on voit que les guides d'ondes ne sont pas rectilignes tout le long de l'axe z . Les guides d'ondes se rapprochent physiquement sur une période Z et peuvent interagir entre-eux. Sur la partie gauche (en bleu), les guides d'ondes possèdent un couplage différent de ceux de droite (en rouge). Cette différence est due à l'écart physique (le long de l'axe x) entre les guides, voir la figure 1.8 (c). L'intérêt de ces deux zones est de créer une interface délimitant deux zones topologiquement différentes pour obtenir des états de bords. Le réseau visible sur la figure 1.8 (d) est illuminé par le bas, on peut voir la lumière se propager d'un guide d'ondes à l'autre. On peut voir sur la miniature de la figure 1.8 (d), la structure des bandes photoniques (en rouge) qui déterminent la dispersion de la lumière dans le réseau.

1.2 Génération du réseau photonique : Le double anneau

Dans cette partie, nous discuterons dans un premier temps du principe de multiplexage temporel et nous expliquerons comment deux anneaux couplés peuvent générer un réseau sur lequel la lumière évolue par pas discrets en temps et en espace. Dans un second temps, nous décrirons le modèle mathématique modélisant ce processus par deux équations d'évolution itératives. Nous utiliserons, ensuite, la théorie de Floquet-Bloch pour déterminer la structure des bandes photoniques du système, qui consiste en deux bandes séparées par une bande interdite en énergie.

La plateforme sur laquelle nous basons notre étude a d'abord été développée par l'équipe de Ulf Peschel [13]. Elle est décrite par un Hamiltonien périodique dans le temps $H(T + t) = H(t)$. Cette plateforme simule un réseau périodique en temps et en espace, dans lequel une dimension d'espace est créée par un multiplexage temporel. Historiquement, ce réseau est implémenté pour étudier l'évolution d'une particule dans un réseau à une dimension. Son évolution suit une marche quantique aléatoire selon une distribution de Gauss [81, 2, 82]. Ce réseau photonique est un modèle élégant pour étudier beaucoup de phénomènes complexes comme les oscillations de Bloch [83], la superfluidité [84], la stabilité d'états de bord protégés topologiquement [16] ou pour observer des phénomènes topologiques [85]. La modulation du gain et des pertes peut jouer un rôle important, si un Hamiltonien est contraint par une réflexion spatio-temporelle, dictée par une symétrie temporelle de parité (PT), alors on peut obtenir un spectre réel pour des Hamiltoniens non Hermitien [86, 87]. À l'inverse des réseaux photoniques constitués d'éléments optiques présentant de fortes pertes d'insertion et d'une plus grande complexité expérimentale [11, 80, 3], le réseau que nous développons est fabriqué à partir de fibres optiques qui présentent l'avantage d'une faible dissipation.

Ce type de plateforme se distingue de celles présentées au dessus par l'efficacité avec laquelle nous pouvons placer des éléments physiques entre les différents sites du réseau. Ces éléments permettent d'appliquer différentes modulations (du gain, des pertes, une modulation de phase, etc) sur la lumière parcourant le réseau, ce qui est difficile à réaliser dans les autres plateformes expérimentales.

1.2.1 Création d'une dimension spatiale synthétique par multiplexage temporel

Sur la figure 1.9, le principe de multiplexage temporel employé consiste à l'implémentation d'un délai temporel entre deux chemins empruntés par une même impulsion lumineuse dans deux anneaux de fibre optique [13, 86]. Dans son principe le système expérimental est composé de trois éléments : un anneau court et un anneau long, et un coupleur qui connecte les deux (voir figure 1.9 (b)).

L'idée initiale de ce schéma de multiplexage temporel vient du réseau construit par Schreiber et al. [11] dans lequel ils reprennent l'idée de D.Bouwmeester d'une marche aléatoire d'une particule dans un réseau [81].

L'évolution de la lumière dans le système des deux anneaux de la figure 1.9 (b) suit le schéma illustré sur la figure 1.9 (a). Les liaisons bleues et vertes symbolisent respectivement l'anneau U et l'anneau V . Les points de connexion, schématisés par les losanges (pouvant être assimilés à des cubes séparateurs ou des coupleurs), composent les nœuds du réseau sur lesquelles se trouvent deux entrées. Une

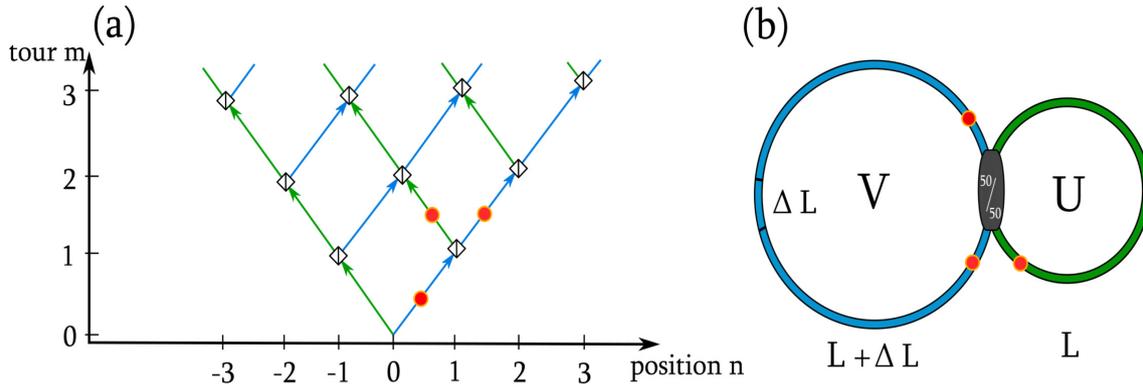


FIGURE 1.9 – (a) Schéma du réseau optique. Les liaisons vertes et bleues symbolisent les anneaux U et V et les losanges les coupleurs optiques. (b) Le double anneau. L’anneau V (en bleu) est plus long que l’anneau U (en vert) d’une longueur ΔL . Une impulsion dans l’anneau V se sépare sur le coupleur pour donner deux impulsions d’intensités plus faibles.

interférence est possible si les deux entrées sont empruntées. Les nœuds du réseau matérialisent le passage de la lumière sur le coupleur qui réunit les deux anneaux. Dans nos expériences, les coupleurs (ou séparatrices) utilisés sont des coupleurs fixes de type 50 : 50 qui divisent la puissance incidente d’un facteur deux. Le déphasage subi par le champ électrique à la transmission d’un anneau à l’autre est de $\pi/2$. Ainsi, les champs électriques aux sorties du coupleur 50 : 50 sont donnés par l’expression (1.5) [12, 45, 88].

$$\begin{pmatrix} U' \\ V' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}, \quad (1.5)$$

U (respectivement V) représente l’enveloppe complexe du champ électrique dans l’anneau U (respectivement V) avant passage dans le coupleur. U' et V' sont les enveloppes complexes des champs électriques transmis par le coupleur.

Une impulsion lumineuse initialement injectée dans l’anneau V va se séparer en deux impulsions moins intenses dans chaque anneau. Chacune des impulsions va traverser leur anneau et atteindre le coupleur 50 : 50. Cependant, du fait de la différence de longueur ΔL , l’impulsion dans l’anneau court est décalée temporellement par rapport à celle circulant dans l’anneau long. D’un tour à l’autre les impulsions se répartissent selon un motif de pyramide inversée (figure 1.9 (a)) sur lequel l’axe vertical représente le temps et l’axe horizontal la position.

Le temps moyen pour parcourir un anneau vaut $\bar{T} = \frac{\bar{L}}{v}$ où \bar{L} représente la longueur moyenne des anneaux et v la vitesse de la lumière dans la fibre optique. La différence de temps de parcours entre les deux vaut $\Delta T = \frac{\Delta L}{v}$ où ΔL représente la différence de longueur entre les deux anneaux.

Cette différence de temps permet de déployer l’évolution temporelle de la lumière sur une échelle spatiale. Le court écart temporel ΔT induit un décalage spatial de 2 positions n , et cela à chaque tour m . Après la réalisation d’un tour, m est incrémenté d’une unité, pour les deux anneaux traversés. Pour l’expansion spatiale selon l’axe n , l’incrément est augmenté d’un pas positif vers la droite pour l’anneau V et d’un pas négatif vers la gauche pour l’anneau U . Le passage successif de la lumière dans ces anneaux, et sa recombinaison sur le coupleur, créé un nouvel axe spatial dit *synthétique*.

Grâce à ce procédé, l'évolution de la lumière dans ce réseau simule l'expression d'un Hamiltonien périodique en temps et en espace.

On peut remarquer que certains coupleurs ne voient qu'une seule impulsion en entrée. Ces coupleurs se situent sur le contour de la pyramide, le reste des coupleurs voit deux impulsions en entrée. Ainsi, il ne peut y avoir d'interférence sur les bords du motif pyramidal. Les dimensions du système sont des paramètres importants car ils déterminent l'expansion (spatiale et temporelle) maximale du réseau. De façon à obtenir une expansion conséquente, l'écart ΔT doit être bien plus court que le temps de parcours moyen dans un anneau \bar{T} . Dans nos expériences, nous pouvons ajuster les longueurs de fibre optique pour optimiser le nombre maximal de périodes temporelles, typiquement nous avons un ratio $\bar{T}/\Delta T \approx 80$, voir le tableau 2.1.

1.2.2 Équations d'évolution couplées et structure de bandes du système

Modèle itératif

La propagation d'une impulsion dans les deux anneaux est décrite sur un réseau discret en temps et en espace représenté sur la figure 1.9. L'évolution de cette propagation peut être décrite mathématiquement par les équations itératives (1.6) [13].

$$u_n^{m+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_{n+1}^m + i v_{n+1}^m) e^{i\phi(m)} \quad (1.6a)$$

$$v_n^{m+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(i u_{n-1}^m + v_{n-1}^m), \quad (1.6b)$$

où u_n^m et v_n^m représentent les champs électriques complexes associés aux ondes circulant dans l'anneau court U et dans l'anneau long V pour une position n et un temps m . Le terme $e^{i\phi(m)}$ ajouté dans les équations (1.6) décrit l'action d'un modulateur de phase ajouté dans l'anneau U (voir la figure 1.10)(b). Ce modulateur permet de générer un potentiel optique ou d'agir sur la relation de dispersion de la structure des bandes photoniques, nous dédions un chapitre à l'étude de son influence, voir le chapitre 4.

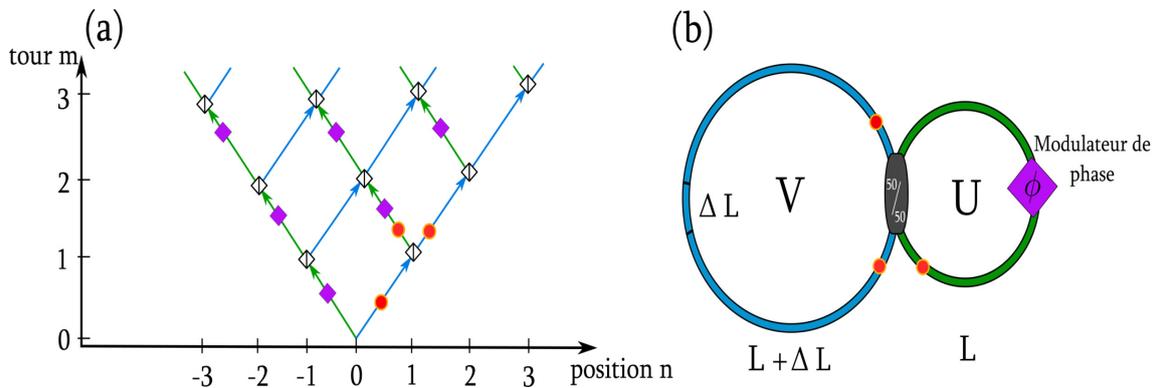


FIGURE 1.10 – (a) Schéma du réseau optique, avec un modulateur de phase dans les liaisons vertes (anneau U). (b) Le double anneau, l'anneau U comporte un modulateur de phase (losange violet).

Il est facile de réaliser des simulations numériques des équations (1.6). Intéressons nous d'abord à la réponse impulsionnelle du réseau en y injectant une impulsion courte, ce qui correspond aux conditions initiales 1.7.

$$\begin{cases} u_n^{m=0} = 0 & \forall n \\ v_{n=0}^{m=0} = 1 & ; \quad v_{n \neq 0}^{m=0} = 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

On considère ici que le modulateur de phase est inactif ($\phi(m) = 0$).

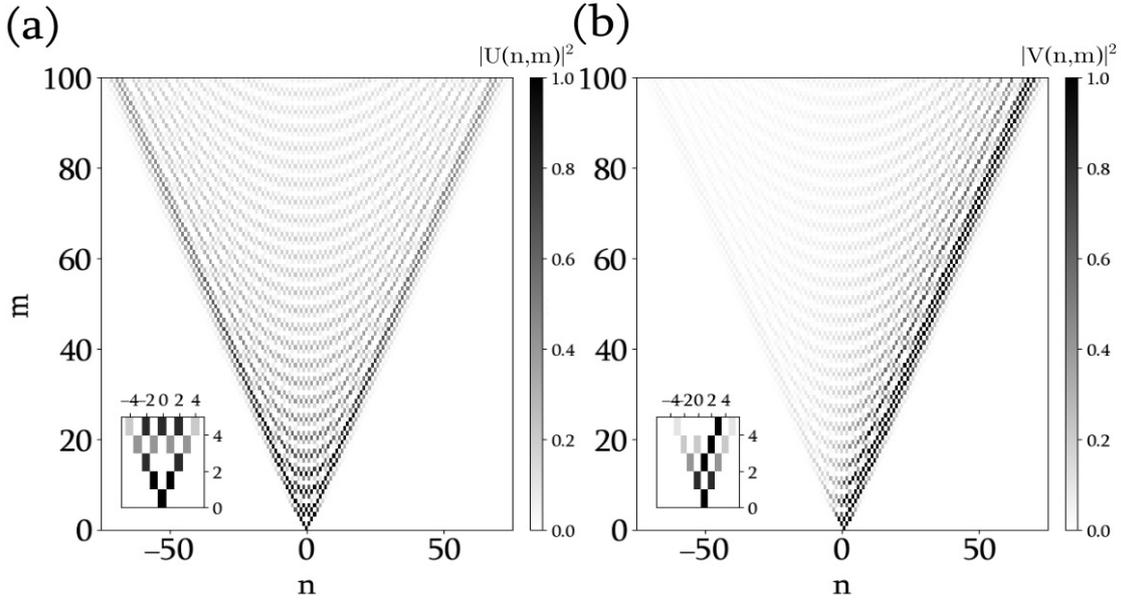


FIGURE 1.11 – **Réponse impulsionnelle du réseau photonique.** (a) Simulation numérique de l'évolution spatio-temporelle de l'intensité dans l'anneau U lors de l'injection d'une impulsion courte dans l'anneau V en (b).

Sur les figures 1.11 (a-b) nous dressons les diagrammes spatio-temporels des anneaux U et V associés à la condition initiale décrite par l'équation 1.7. Sur la figure 1.11 (a) on peut voir que, dans l'anneau U , les différentes impulsions se dispersent au cours de la propagation. Leur disposition forme une pyramide renversée et la puissance optique des impulsions (représentée par le niveau de couleur) est répartie de manière uniforme et symétrique par rapport à un axe vertical situé au centre (à l'emplacement de la condition initiale). En revanche, on remarque que, dans l'anneau V (dans lequel nous avons injecté la condition initiale), les impulsions suivent majoritairement une direction, ainsi la répartition des impulsions n'est plus symétrique, nous discuterons de cet aspect dans le chapitre 2.

Dans une autre expérience numérique, nous allons maintenant injecter une impulsion gaussienne large (de la taille de plusieurs sites n) dans l'anneau V dont la forme est décrite par l'équation (1.8).

$$\begin{cases} u_n^{m=0} = 0 & \forall n \\ v_n^{m=0} = P_0 e^{\left(\frac{-n^2}{2\sigma^2}\right)} e^{iQ_0 n} \end{cases} \quad (1.8)$$

où P_0 représente la puissance de l'impulsion injectée, σ la largeur à mi-hauteur et Q_0 le décalage spectral entre la fréquence centrale d'émission du paquet d'ondes et le centre de la zone de Brillouin. Sur la figure 1.12 nous présentons la propagation de paquets d'ondes (ou impulsions larges) dans

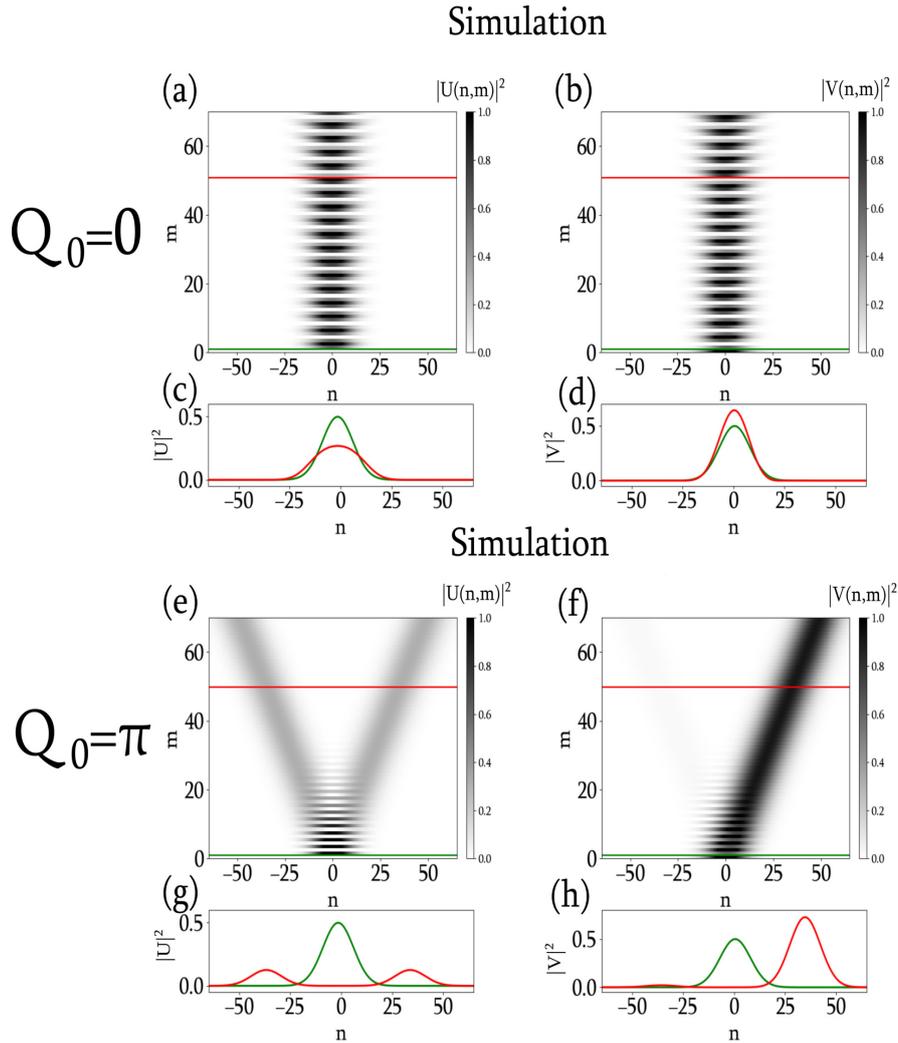


FIGURE 1.12 – **Décalage spectral $Q_0 = 0$** : (a) Simulation de l'évolution spatio-temporelle de paquets d'ondes dans l'anneau U et dans l'anneau V en (b). L'intensité est tracée sur l'échelle de couleur. (c-d) Coupes transverses de l'intensité de l'impulsion dans les spatios-temporels (a-b). **Décalage spectral $Q_0 = \pi$** : De même, pour les figures (e-f) et (g-h).

deux cas différents en fonction de leur position spectrale dans la zone de Brillouin. Pour le premier cas $Q_0 = 0$, les paquets d'ondes dans les deux diagrammes spatio-temporels en (a-b) restent centrés en $n = 0$, voir les coupes transverses en (c-d). La direction prise par ces paquets d'ondes montre que leur vitesse de groupe est nulle. À l'inverse, pour le deuxième cas $Q_0 = \pi$, les paquets d'ondes se sont déplacés en position au cours de leur propagation (voir les coupes rouges). On remarque que pendant la propagation du paquet d'ondes dans l'anneau U en (e), le paquet se scinde en deux parts égales; alors que dans l'anneau V en (f), le paquet d'ondes se déplace entièrement vers les positions positives, voir les figures 1.12 (g-h).

Lorsque l'on considère l'évolution spatio-temporelle sur les figures 1.11 et 1.12, il n'est pas aisé de comprendre l'évolution de la lumière. On peut se demander, *Pourquoi les impulsions se répartissent sous cette forme? Quelle est la relation qui détermine la dispersion dans le réseau? Y a-t-il une phase qui s'accumule le long de la propagation? Comment l'énergie se répartit-elle dans ce système? Peut-on contrôler ou modifier la propagation de la lumière; et si oui sous quelles conditions?*

L'interprétation des comportements observés passe par l'étude des modes propres du système décrit par les équations couplées (1.6), ainsi que par l'étude de la relation de dispersion.

La structure des bandes photoniques

Nous cherchons une solution aux équations (1.6) sous la forme :

$$\begin{pmatrix} U_n^m \\ V_n^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} e^{i\frac{Qn}{2}} e^{i\frac{\theta m}{2}}. \quad (1.9)$$

Cet expression a été introduite dans le paragraphe 1.1.3. Ici les paramètres d'espace et de temps possèdent des variables conjuguées Q pour le moment de Bloch et θ pour les quasi-énergies. Nous injectons cette forme dans le jeu d'équations (1.6) pour obtenir la relation de dispersion qui s'écrit :

$$\cos \theta = \frac{1}{2}(\cos Q - \cos \phi(m)). \quad (1.10)$$

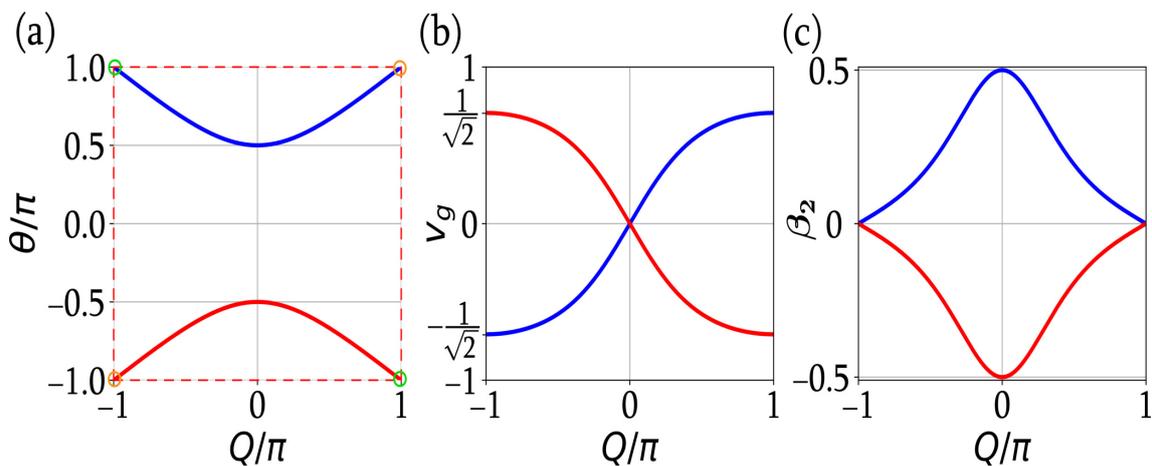


FIGURE 1.13 – (a) La structure des bandes photoniques pour $\phi(m) = 0$ est composée de deux bandes (celle supérieure en bleue et celle inférieure en rouge), séparées par un écart en énergie de $\theta = -\pi/2$ à $\theta = \pi/2$ en $Q = 0$. La zone de Brillouin dessinée en rouge englobe la structure de bande. (b) La première dérivée des bandes (bleue et rouge) donne la vitesse de groupe v_g et la deuxième dérivée la dispersion β_2 .

Sur la figure 1.13 (a), nous traçons la relation de dispersion donnée par l'équation (1.10) pour $\phi(m) = 0$. Cette relation de dispersion est composée de deux bandes photoniques. Comme le réseau est périodique en temps et en espace (n, m) , la structure de bande est périodique selon les variables conjuguées (Q, θ) . Nous retrouvons la zone de Brillouin délimitée en tirets rouges entre $(-\pi, \pi)$ selon

les deux axes (Q, θ) . La périodicité selon l'axe Q admet des états équivalents pour les valeurs en $Q = -\pi$ et en $Q = \pi$ (ronds oranges et ronds verts). Sur ces positions, la relation de dispersion admet une seule solution. Plus précisément, les ronds verts indiquent que les valeurs en $(Q, \theta) = (-\pi, \pi)$ (sur la bande supérieure) et $(Q, \theta) = (\pi, -\pi)$ (sur la bande inférieure) coïncident. De même pour les valeurs en $(Q, \theta) = (-\pi, -\pi)$ et $(Q, \theta) = (\pi, \pi)$ en cercles oranges. Cette remarque nous permet d'appuyer le fait que les bandes se touchent sur les pourtours de la zone de Brillouin et qu'il n'y a pas d'autres écarts en énergie que celui au centre de la zone de Brillouin.

À partir de la forme des bandes, nous pouvons caractériser le comportement global de l'évolution spatiale de la lumière dans le réseau. La première dérivée de la relation de dispersion détermine la vitesse de groupe effective donnée par l'équation (1.11). Cette expression donne la vitesse de groupe dans le plan (n, m) d'un paquet d'ondes de spectre étroit centré en Q . Si le paquet d'ondes possède un spectre centré en $Q = 0$, sa vitesse de groupe est nulle et il se propage comme illustré sur la figures 1.12 (a-b). En revanche, si le spectre du paquet d'ondes est centré en $Q = \pi$ sa vitesse de groupe vaut $v_g = \pm 1/\sqrt{2}$ et son évolution est présentée sur les figures 1.12 (e-f).

$$v_g = \frac{d\theta}{dQ} = \pm \frac{\sin Q}{2 \sin \theta}. \quad (1.11)$$

La deuxième dérivée de la relation de dispersion est liée à la courbure de la bande, elle mesure la dispersion de vitesse de groupe β_2 . Nous pouvons la calculer à partir de la dérivée de la vitesse de groupe :

$$\beta_2 = \frac{d^2\theta}{dQ^2} = \mp \frac{1 \cos Q}{2 \sin \theta} \pm \frac{1 \sin Q^2 \cos \theta}{4 \sin^3 \theta}. \quad (1.12)$$

La dispersion de vitesse de groupe est tracée sur la figure 1.13 (c). On peut voir, sur la relation de dispersion 1.13 (a), que la partie plate des bandes en $Q = \pi$ donne une dispersion nulle sur les bords, voir la figure 1.13 (c). À l'inverse, celle-ci est maximale $|\beta_2| = 0.5$ en $Q = 0$.

De plus, le signe de la courbure de la bande joue un rôle important dans l'étude des effets non linéaires dans le réseau photonique. Cette courbure détermine notamment la nature focalisante ou défocalisante des effets non linéaires, voir la partie 5.2.5.

Note : Une remarque importante, la dispersion β_2 dont nous parlons n'est pas la dispersion naturelle subie par la lumière dans la fibre optique mais bien celle établie par la relation de dispersion. Nous verrons, dans la section 5.2.2, que la dispersion du système est bien plus grande que celle du réseau photonique.

Expression des vecteurs propres

Nous avons mentionné, dans la partie concernant les réseaux périodiques en temps et en espace 1.1.3, que l'Hamiltonien du système possédait des valeurs propres associées à des vecteurs propres tel que $\mathcal{H}(Q, \theta)|\psi(Q)\rangle = \theta(Q)|\psi(Q)\rangle$. Les valeurs propres θ représentent les quasi-énergies et sont les solutions de la relation de dispersion du système. Nous avons vu que la relation de dispersion

comporte deux bandes photoniques. On peut discerner ces bandes par deux valeurs propres, l'une par la valeur propre θ_+ , pour la bande supérieure (en bleu sur la figure 1.13) et l'autre θ_- pour la bande inférieure (en rouge sur la figure 1.13).

Outre le fait que les quasi-énergies du système dépendent du moment de Bloch tel que $\theta(Q)$, les vecteurs propres $\begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}^t$ dans l'équation (1.9) sont aussi dépendant de Q . On peut en donner une expression :

$$\begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}_{\pm} = \begin{pmatrix} 1 \\ \pm e^{\pm\lambda} e^{-iQ/2} \end{pmatrix}, \quad (1.13)$$

avec $\cosh \lambda = \cos Q/2$.

Finalement, les vecteurs propres normés à l'unité s'écrivent :

$$|\Psi_+(Q)\rangle = \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}_+ = \frac{1}{\sqrt{1+e^{-2\lambda}}} \begin{pmatrix} 1 \\ +e^{-\lambda} e^{-iQ/2} \end{pmatrix} \quad \text{pour la valeur propre } \theta_+ = \arccos \frac{1}{2}(\cos Q - 1) \quad (1.14)$$

$$|\Psi_-(Q)\rangle = \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}_- = \frac{1}{\sqrt{1+e^{+2\lambda}}} \begin{pmatrix} 1 \\ +e^{+\lambda} e^{-iQ/2} \end{pmatrix} \quad \text{pour la valeur propre } \theta_- = -\arccos \frac{1}{2}(\cos Q - 1), \quad (1.15)$$

Ces vecteurs propres sont dépendants du moment de Bloch Q et possèdent des valeurs complexes. Leur mesure expérimentale demande une attention particulière, notamment au niveau de la répartition spectrale de l'énergie (en terme d'amplitude et de phase).

Un des résultats majeurs de cette thèse est de mesurer précisément ces vecteurs propres, nous développons un processus de mesure qui sera présenté dans le chapitre 3.

1.3 Observation de la structure des bandes photoniques du double anneau

1.3.1 Observation de la structure de bande par l'injection de paquets d'ondes

La structure des bandes photoniques du double anneau a été mesurée par l'équipe de U.Peschel. La méthode utilisée consiste à l'analyse du déplacement de plusieurs paquets d'ondes [13]. L'idée générale de cette technique est de reconstruire la relation de dispersion, morceau par morceau, en assemblant plusieurs mesures de paquets d'ondes de spectres centrés à différentes valeurs de Q (le moment de Bloch).

Par exemple, dans le même groupe, les recherches de M.Wimmer dans la référence [12] consistent à l'injection d'impulsions gaussiennes larges dans l'un des deux anneaux. La méthode consiste à injecter une impulsion préparée de manière à exciter localement la relation de dispersion sur une valeur Q bien précise. Sur la figure 1.14 (a) est tracée la position du centre de masse de l'impulsion en fonction du tour m . Cette information permet de déduire la vitesse de groupe de l'impulsion large.

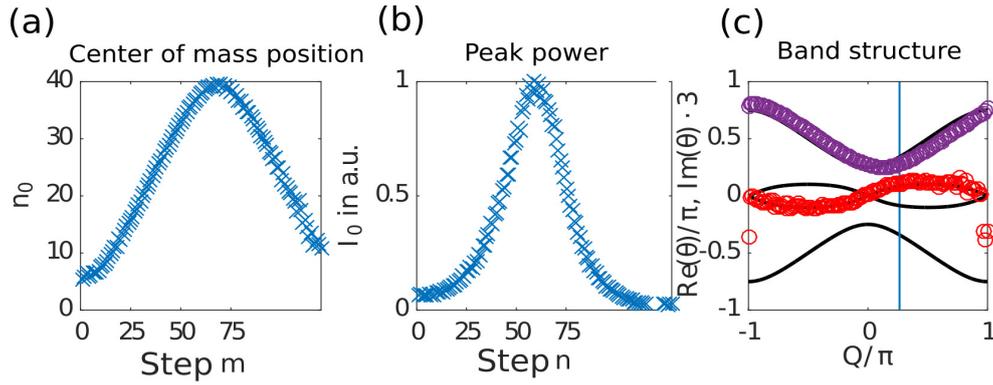


FIGURE 1.14 – (a) Mesure de l'évolution du centre de masse d'une impulsion large dans le double anneau. (b) Profil d'intensité de l'impulsion. (c) Reconstruction de la structure de bande. Les mesures en (a) et (b) permettent de donner une mesure de la relation de dispersion en une valeur de Q (trait bleu vertical). Les mesures à différentes valeurs de Q (cercles violets et rouges) permettent de reconstruire la relation de dispersion (traits noirs). [89]

Ensuite, sur la figure 1.14 (b), est tracée une coupe du profil de l'impulsion à un tour avancé du réseau, la largeur de l'impulsion permet de déduire la dispersion subie par l'impulsion large.

Ces deux jeux de données (la vitesse de groupe et la dispersion) permettent d'apporter une valeur (cercle violet et rouge) en un Q donné dans la reconstruction de la relation de dispersion. Pour reconstruire la relation de dispersion dans son intégralité, cette opération doit être répétée un grand nombre de fois et pour différentes valeurs de Q . Contrairement à la technique de la référence [1] décrite plus haut 1.5, le balayage de la relation de dispersion est réalisé le long de l'axe de Q .

En somme, la structure des bandes a déjà été observée dans des travaux précédents mais jamais celle-ci n'a été observée selon les deux axes (θ, Q) en une seule et unique mesure. De surcroît, dans ces travaux, seule la structure (la forme) des bandes est observée, ni la densité d'énergie ni l'amplitude et la phase des vecteurs propres de la relation de dispersion n'a été mesurée. L'avantage d'observer la relation de dispersion en une seule mesure est de pouvoir mesurer les états propres tout en préservant les propriétés d'amplitude et de phase de ceux-ci. Nous verrons dans le prochain chapitre que le moyen le plus efficace pour observer la relation de dispersion complète (résolue entièrement pour chaque fréquence et énergie) passe par l'étude de la réponse impulsionnelle du système.

L'un des objectifs de ma thèse a donc été d'observer expérimentalement la structure de bande en une seule mesure afin de mesurer précisément l'amplitude et la phase des états propres. Les travaux correspondants seront présentés dans le chapitre 2.

Propriétés topologiques liées à la structure des bandes photoniques

L'objectif de cette thèse n'est pas d'approfondir sur les propriétés topologiques du double anneau. Cependant, dans cette section, nous décrirons brièvement l'une des propriétés topologiques accessibles dans notre système.

Nous avons vu que les différents réseaux photoniques présentés ci-dessus disposent d'une structure de bandes. Celle-ci détermine la manière dont la lumière va se propager dans le réseau, mais plus encore, la structure de bandes de par sa forme (et des énergies propres qui la composent) préserve des propriétés topologiques qui peuvent être directement mesurées. Cette contrainte permet l'existence de différentes classes de matériaux qui diffèrent par la structure des bandes qu'ils supportent, et en particulier par leur topologie. La disposition de ces bandes, et notamment l'écart en énergie que peuvent avoir certaines d'entre elles, retranscrit des propriétés topologiques [68, 90]. Plusieurs nombres topologiques dits *invariants topologiques* permettent de caractériser les propriétés topologiques du système [68].

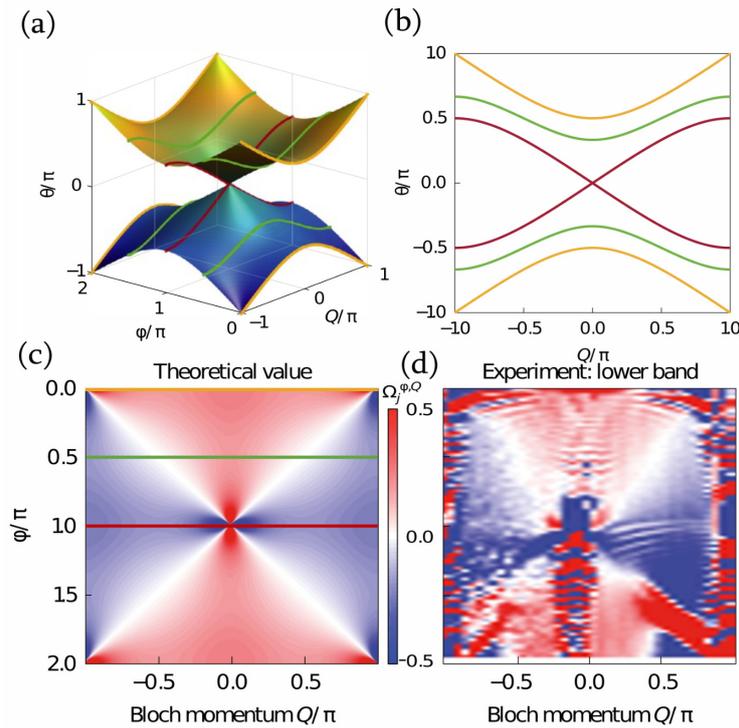


FIGURE 1.15 – (a) Structure des bandes avec une modulation de phase périodique ϕ . (b) Relation de dispersion pour $\phi = 0$ (orange), $\phi = \pi/2$ (vert) et $\phi = \pm\pi$ (rouge). (c) Courbure théorique de la surface de la bande inférieure. (d) Courbure mesurée expérimentalement. [12]

Concernant les mesures d'invariants topologiques réalisées dans le double anneau, il est possible de mesurer la *courbure de Berry* Ω_B [91]. La courbure de Berry est une propriété géométrique des bandes qui décrit comment les énergies propres évoluent en fonction de différents paramètres externes (comme, par exemple, sous l'influence d'une modulation de phase périodique).

Cette courbure a été observée dans le double anneau par M. Wimmer en 2017 [12]. Sur la figure 1.15 nous résumons ce travail, la figure 1.15 (a) montre la structure de bandes soumise à un paramètre externe sous forme d'une modulation périodique de phase ϕ (nous étudierons nous même cette structure au chapitre 4). Pour chaque valeur de ϕ la courbure de Berry (la courbure de la surface des bandes) prend des valeurs différentes. Les valeurs de courbure, pour la bande inférieure (en bleu en (a)) sont tracées sur les figures 1.15 (c-d). Chaque valeur expérimentale est obtenue par l'analyse du déplacement d'un paquet d'ondes, voir la discussion au dessus 1.14.

Une fois toutes les valeurs de courbure obtenues, voir les figures 1.15 (c-d), on peut sommer le niveau de couleur (qui indique si la courbure est concave ou convexe), cette somme sur la zone de Brillouin donne le nombre de Chern.

Le régime non linéaire du double anneau

Le système du double anneau peut opérer en régime non linéaire sous certaines conditions qui sont généralement liées à la propagation d'une onde lumineuse intense sur de grandes longueurs de fibre optique. Le double anneau a été étudié dans ce régime par A.Regensburger et M.Wimmer [14, 25]. Dans leurs recherches, ils observent l'apparition de structures cohérentes localisées et intenses. L'effet non linéaire le plus important est l'effet Kerr, il est présent dans la fibre optique lorsque le champ électrique de la lumière devient intense. Son effet focalisant peut compenser les effets de dispersion dus à la relation de dispersion.

Sur la figure 1.16, nous montrons un arrangement des résultats se trouvant dans les références [14, 25]. Les figures à gauche (a-c) décrivent une dynamique linéaire de la lumière dans le double anneau. En revanche, à droite, les figures (b-d) montrent une dynamique non linéaire. Sur les figures en haut (a-b), la réponse impulsionnelle du double anneau montre l'apparition d'une structure stable en régime non linéaire (b). Cette structure reproduit un motif formé par les sites élémentaires du réseau et possède une forte puissance optique. Les figures 1.16 (c-d) décrivent la dynamique d'un paquet d'ondes dans le double anneau. On voit en (c), dans le cas linéaire, que le paquet d'ondes s'étale au cours de la propagation sous l'effet de la dispersion. En revanche, en (d) dans le cas non linéaire, le paquet d'ondes conserve sa forme spatiale (effet non linéaire focalisant).

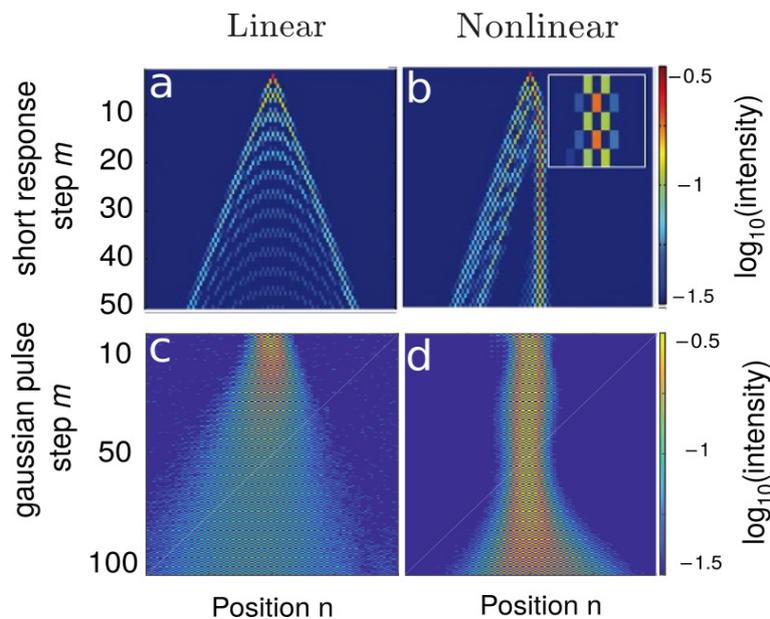


FIGURE 1.16 – (a-b) Diagrammes spatio temporels expérimentaux d'une impulsion courte injectée dans l'anneau V dans le cas linéaire (a) et non linéaire (b). (c-d) Diagrammes spatio temporels expérimentaux d'un paquet d'ondes gaussien injecté dans l'anneau V dans le cas linéaire (c) et non linéaire (d). [14, 12]

Un autre des objectifs de cette thèse est d'analyser le comportement de la structure des bandes du double anneau en présence d'effets non linéaires, ces travaux seront présentés dans le chapitre 5.

1.3.2 Mesure de la relation de dispersion dans la base de Fourier

Dans nos recherches, nous avons utilisé une stratégie qui consiste non pas à considérer l'évolution spatio-temporelle de multiples paquets d'ondes mais à réaliser la transformée de Fourier à deux dimensions (TF2D) de la réponse impulsionnelle du réseau photonique mesurée dans l'espace et dans le temps.

La forme numérique de la transformée de Fourier à deux dimensions est décrite par l'équation :

$$\mathcal{TF}[U(n, m)] = \tilde{U}(Q, \theta) = \frac{1}{NM} \sum_{n=-\frac{(N-1)}{2}}^{\frac{(N-1)}{2}} \sum_{m=0}^{M-1} U(n, m) e^{-i2\pi(\frac{Qn}{N} + \frac{\theta m}{M})} \quad (1.16)$$

où N, M représentent le nombre de points sur les axes (n, m) du diagramme spatio-temporel et (Q, θ) les variables conjuguées de (n, m) .

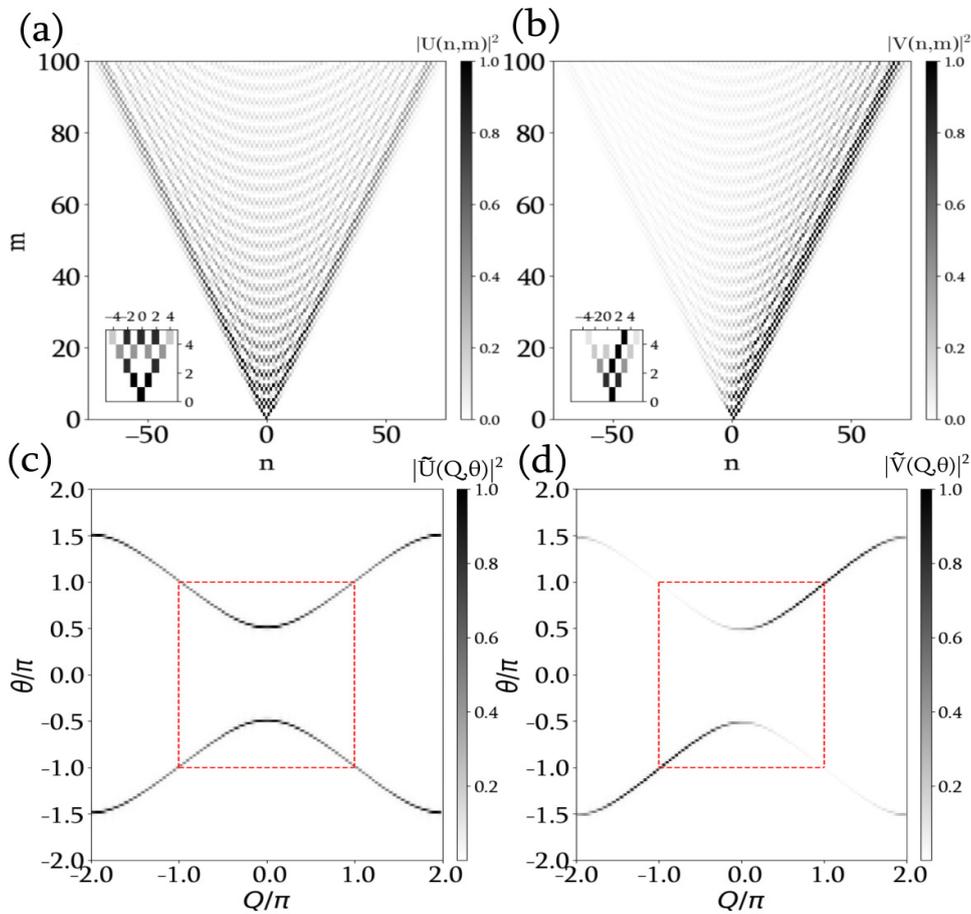


FIGURE 1.17 – **Simulation** : (a-b) Réponse impulsionnelle dans l'anneau U et dans l'anneau V . (c-d) Transformées de Fourier à deux dimensions des diagrammes spatio-temporels des figures (a-b).

Nous appliquons l'opération de transformée de Fourier à deux dimensions aux deux diagrammes spatio-temporels associés à la réponse impulsionnelle des anneaux U (en figure 1.17 (a)) et V (en figure 1.17 (b)) et nous traçons sur les figures 1.17 (c-d) les résultats de la transformée de Fourier à deux dimensions sur les axes (Q, θ) .

Sur les figures 1.17 (c-d), on observe dans la première zone de Brillouin délimitée en pointillés rouges, que l'on obtient la relation de dispersion composée des deux bandes photoniques décrites théoriquement par l'équation (1.6). On remarque que le peuplement de celle-ci n'est pas le même dans les deux anneaux. En effet, dans le spectre \tilde{U} les bandes sont entièrement excités, à l'inverse dans le spectre \tilde{V} une partie des bandes est excitée. Nous en discuterons plus en détail dans le prochain chapitre 2.

L'équation (1.16) doit être comparée avec la solution (1.9). On remarque une différence entre ces deux formes. La transformée de Fourier à deux dimension numérique ne possède pas la même période que celle du théorème de Floquet-Bloch. En effet, ce dernier possède une période $(n/2, m/2)$; quand la période de la transformée de Fourier à deux dimension possède une période (n, m) . Dans ce cas, la période de décomposition du signal dans les transformées de Fourier à deux dimensions numérique est deux fois plus courte que celle de la convention prise avec le théorème de Floquet-Bloch. C'est pourquoi, sur les transformées de Fourier à deux dimensions numériques on peut voir une répartition de l'énergie non pas sur une zone de Brillouin mais sur plusieurs. La première zone de Brillouin (en pointillés rouges) supporte la relation de dispersion formulée par l'équation (1.10) (pour $\phi(m) = 0$). Le reste du spectre est composé par d'autres zones de Brillouin, dans lesquelles nous retrouvons les mêmes informations spectrales que dans la première zone de Brillouin. Cette représentation ne pose ni de problème pour l'observation des bandes photoniques ni dans la mesure des valeurs propres que nous détaillerons au chapitre 3.

Remarque : La connaissance du champ complexe dans la simulation numérique, permet une transformation aisée de l'espace direct vers l'espace de Fourier. Cependant, cette transformation n'est pas évidente lorsque l'on réalise une expérience en optique. En effet, le champ électrique est défini par son intensité et sa phase. L'évolution du profil de la phase du champ est un paramètre essentiel pour réaliser la transformée de Fourier. Il est souvent difficile de mesurer précisément la phase du champ dans des expériences d'optique, surtout sur des échelles de temps courtes. Dans ce sens, notre étude expérimentale, qui sera décrite au chapitre 2, possède des dispositions avantageuses pour mesurer la phase du champ.

1.4 Conclusion

En somme, les réseaux photoniques sont des systèmes susceptibles de présenter une grande variété de comportements dynamiques et ont suscité de nombreux travaux théoriques et expérimentaux consacrés à l'étude de la dynamique spatiale et temporelle de la lumière. La dynamique de ces systèmes est ancrée dans la relation de dispersion qui est bien souvent formée d'une structure de bandes photoniques.

Grâce à la différence de longueur, entre les deux anneaux qui le composent, le double anneau présente

une périodicité spatiale et temporelle idéale pour étudier les vecteurs propres d'un Hamiltonien périodique dans le temps. Ces vecteurs propres constituent une structure de bandes dont la forme permet de décrire les propriétés de dispersion dans le réseau.

À cet égard, nous proposons d'observer la relation de dispersion du réseau du double anneau à l'aide d'une transformée de Fourier à deux dimensions du diagramme spatio-temporel de la réponse impulsionnelle du système. Cette technique a l'avantage de décrire précisément les composantes spectrales du système en une seule mesure. Son utilisation demande le recours à un dispositif supplémentaire pour produire une onde de référence et de s'en servir pour réaliser une mesure de phase. Dans le prochain chapitre, nous décrirons en détail le dispositif expérimental que nous avons mis en place pendant ma thèse pour réaliser cette mesure.

Observation de la structure des bandes photoniques

Dans ce chapitre nous commencerons par décrire le système expérimental permettant la réalisation du réseau photonique. Ensuite, nous en étudierons la réponse impulsionnelle et nous montrerons comment déterminer la structure des bandes photoniques. Enfin, nous présenterons des résultats expérimentaux sur la propagation de paquets d'ondes gaussiens de spectre étroit en régime linéaire.

2.1 Réalisation expérimentale du double anneau

Dans cette section, nous décrirons le double anneau à fibre optique que j'ai réalisé dans ma thèse. Au delà de la description technique du système, nous insisterons en particulier sur les échelles de temps choisies qui sont la clé de la mesure de la phase du champ et de la mesure de la structure des bandes photoniques.

2.1.1 Conception du double anneau

Tout d'abord, notre dispositif expérimental repose sur l'utilisation de fibre à maintien de polarisation (PMF) de façon à maintenir les ondes dans un état de polarisation linéaire tout au long de leur propagation dans la fibre. Ainsi, les résultats expérimentaux pourront être comparés avec les résultats théoriques où les aspects vectoriels (liés à la polarisation) sont ignorés, voir le paragraphe 1.2. Le dispositif expérimental que j'ai réalisé est schématisé sur la figure 2.1.

Préparation de la condition initiale

Nous avons porté une attention particulière à la conception de la condition initiale pour l'injection dans le double anneau. Les éléments décrits ci-dessous constituent la chaîne d'injection ; leur association a pour but de minimiser l'intensité du bruit du signal optique injecté dans le double anneau.

Le laser de pompe (APEX-AP3350A) délivre un rayonnement mono-fréquence de largeur spectrale

300 kHz (soit un temps de cohérence $\tau_{coh} = 3,3 \mu\text{s}$), d'après le constructeur. Il est centré autour de la longueur d'onde $\lambda_p = 1550 \text{ nm}$ et délivre une puissance maximale de 20 mW. Ce laser possède un faible bruit d'intensité (RIN) de $\sim -140 \text{ dB/Hz}$, d'après le constructeur. La puissance de ce laser est modulée par un modulateur électro-optique EOM (MXER-LN-10) de bande passante 10 GHz. Il est piloté par un générateur de fonctions arbitraires (AWG) (AWG70000B) ayant une bande passante de 50 GHz.

Ces éléments permettent de réaliser des signaux optiques ayant des propriétés d'intensité adaptés aux études que nous souhaitons mener. Par exemple, pour étudier la réponse impulsionnelle de notre double anneau, nous générons une impulsion courte d'une durée de $\tau = 1 \text{ ns}$ avec un temps T entre chaque expérience de $\sim 10 \text{ ms}$ (soit un rapport cyclique de $\alpha_c = \frac{\tau}{T} = 10^{-7}$).

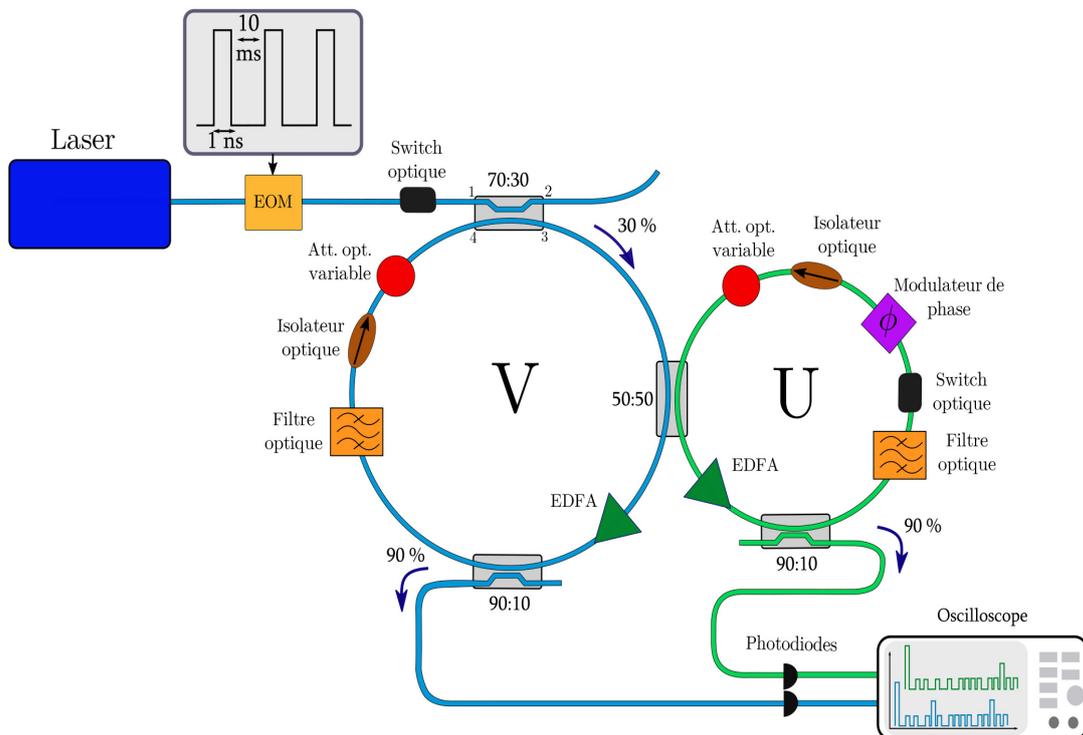


FIGURE 2.1 – Schéma expérimental du double anneau. L'onde lumineuse délivrée par le laser est modulée par un modulateur électro-optique EOM pour former des impulsions courtes de 1 ns espacées de $\sim 10 \text{ ms}$. Cet EOM possède un taux d'extinction de 30 dB, il est suivi d'un switch optique pour retirer la lumière encore présente autour des impulsions. Les deux anneaux comportent un amplificateur à fibre dopée erbium (EDFA), un filtre optique, un isolateur optique et un atténuateur optique variable. L'anneau V a une longueur de 38,50 m et l'anneau U une longueur de 38,0 m. Un modulateur de phase est placé dans l'anneau U. La lumière est extraite des deux anneaux avec un coupleur optique extrayant 90% de l'intensité de la lumière. La détection est assurée par des photodiodes ultrarapides couplées à un oscilloscope de bande passante 65 GHz.

L'une des caractéristiques importante du modulateur EOM est sa capacité à retirer la lumière pendant les temps morts séparant chaque impulsion. Nous avons choisi un modulateur avec un taux d'extinction fort de $\sim 30 \text{ dB}$. Ainsi les impulsions lumineuses sont 1000 fois plus intenses que le signal résiduel pendant les temps morts. De façon à encore filtrer la lumière résiduelle parasite entre deux signaux optiques séparés de 10 ms, nous avons ajouté un "switch optique" ayant un taux d'extinction de 20 dB. Ce système ayant un temps de réponse d'environ une centaine de nanosecondes

transmettra les signaux optiques injectés dans le double anneau et fermera le passage une fois ceux-ci passés.

Nous avons choisi ces différents éléments pour leur propriétés d'extinction fortes et leur capacité à éliminer le bruit optique parasite. Ceci permet d'injecter des signaux peu bruités dans le double anneau.

Le double anneau et ses échelles de temps

Passons maintenant à la description du double anneau composé de deux anneaux de fibres optiques à maintien de polarisation que nous nommons V et U , voir le schéma 2.1. Ces deux anneaux sont couplés l'un à l'autre à l'aide d'un coupleur 50 : 50 à maintien de polarisation.

Le premier anneau, nommé V , a une longueur totale de 38,50 m. Celui-ci reçoit les signaux optiques générés par la chaîne d'injection sur la première entrée du coupleur d'injection 70 : 30. Ce coupleur fonctionne ainsi : la part de la puissance optique transmise de la voie 1 \rightarrow 3 est de 30% et de la voie 1 \rightarrow 2 est de 70%. Au retour, ces valeurs de transmission sont permutées, la transmission de la voie 4 \rightarrow 3 est de 70% et de 4 \rightarrow 2 est de 30%.

La longueur totale du deuxième anneau U est de 38,05 m. La différence de longueur entre les deux anneaux fibrés est donc de $\Delta L = 0,45$ m. Cette différence de longueur constitue la base de la réalisation du réseau photonique décrite dans le chapitre précédent 1.2. En particulier, elle détermine la largeur spectrale de la zone de Brillouin.

Les temps caractéristiques de ces deux anneaux sont reportés dans le tableau 2.1. Le temps mis pour une impulsion courte pour réaliser un tour complet de l'anneau U est de $T_U = 190,1$ ns. Dans l'anneau V ce temps est de $T_V = 192,3$ ns. Le temps de parcours moyen dans un anneau vaut $\bar{T} = 191,1$ ns, tandis que la différence de temps de parcours entre les deux anneaux vaut $\Delta T = 2,26$ ns. Ainsi, deux échelles de temps sont à considérer : le temps moyen de circulation dans un anneau $\bar{T} = (T_U + T_V)/2$ et la différence de temps de circulation entre les deux anneaux $\Delta T = T_V - T_U$. Ces deux échelles de temps très différentes (~ 2 ns et ~ 190 ns) permettent d'envisager l'étude de la propagation du signal optique grâce à une représentation spatio-temporelle. La construction de ces diagrammes spatio-temporels sera décrite dans la partie 2.3.

Chaque passage d'une impulsion courte dans le coupleur 50 : 50 provoque l'apparition de deux nouvelles impulsions qui vont se séparer temporellement d'une quantité ΔT . Tour à tour, le signal s'étend et remplit l'anneau d'impulsions toutes espacées de $\Delta T \approx 2$ ns à chaque tour. L'anneau sera complètement rempli par ces impulsions au bout d'un temps $T_{max} = m_{max} \bar{T}$ avec $m_{max} = \bar{T}/\Delta T$ le nombre de tours maximal, ici $m_{max} = 85$.

	Longueur	Temps
Anneau U	$L_U = 38,05$ m	$T_U = 190,1$ ns
Anneau V	$L_V = 38,50$ m	$T_V = 192,3$ ns
Temps moyens	$\bar{L} = 38,22$ m	$\bar{T} = 191,1$ ns
Différence	$\Delta L = 0,45$ m	$\Delta T = 2,26$ ns
Nbr de tours max. m_{max}	85	

TABLEAU 2.1 – Tableau résumant les temps et longueurs typiques des deux anneaux. La conversion entre les deux dimensions est $l = \frac{c}{n}t$, avec $c = 3 \times 10^8$ m s $^{-1}$ et $n = 1.45$.

Les éléments optiques insérés dans les anneaux fibrés

Chaque anneau comporte différents éléments optiques et en particulier des amplificateurs optiques destinés à compenser les pertes et à permettre la propagation du signal optique sur un nombre élevé de tours. Nous en faisons ici la description.

Pour l'amplification du signal dans les deux anneaux nous avons choisi d'utiliser des amplificateurs à fibre dopées erbium (EDFA) (CEFA-C-HG-PM, Keopsys). Ceux-ci ont pour but de compenser partiellement les pertes subies par le signal sur un tour d'anneau fibré. Les amplificateurs que nous avons utilisés ont un gain en puissance ajustable de $\sim +20$ dB à $\sim +50$ dB. La puissance optique en entrée de ces amplificateurs doit être comprise entre $1 \mu\text{W}$ (régime d'amplification linéaire) et 10mW (régime d'amplification saturé). Le courant des diodes de pompe peut être contrôlé de manière à apporter suffisamment de gain pour compenser en partie les pertes. Typiquement, la puissance crête après les sorties du coupleur 50 : 50 est autour de $\sim 10 \mu\text{W}$. Ce niveau de puissance convient parfaitement à la gamme de puissance demandée à l'entrée des amplificateurs. Avec ce niveau de puissance à l'entrée, nous avons la possibilité de faire varier le gain entre ~ 20 dB et 50 dB. Cette plage apporte une possibilité de changement de gain suffisamment importante pour compenser toutes sortes de pertes induites par l'insertion d'éléments optiques dans les anneaux, voir le tableau 2.2.

En plus de compenser les pertes induites par les divers éléments insérés dans l'anneau, les amplificateurs doivent compenser les pertes dues à l'extraction du signal pour son observation. Nous devons en effet prélever une partie du signal circulant dans les anneaux à chaque tour pour pouvoir observer l'évolution spatio-temporelle. L'extraction du signal est réalisée par des coupleurs optiques 90 : 10 qui extraient 90% du signal (10% recircule dans l'anneau). Cette extraction apporte de large pertes (10 dB) mais elles sont facilement compensables par l'amplification, voir le tableau 2.2. Nous analysons le signal extrait des anneaux à l'aide de photodiodes ultra rapides (XPDV3120R, Finisar) d'une bande passante de 70 GHz, associées à un oscilloscope rapide (Lecroy, 10 Zi-A) d'une bande passante de 65 GHz, d'une résolution verticale de 8 bits et une profondeur de mémoire de 512 Mpts. Le niveau de puissance crête en sortie des amplificateurs est de l'ordre du $\sim \text{mW}$. Ce qui est compatible avec la gamme d'utilisation des photodiodes. Dans un souci de mesurer de manière précise les niveaux de puissance optique, nous avons calibré les coefficients de sensibilité des photodiodes. Cette calibration nous permet de convertir la tension mesurée à l'oscilloscope en puissance optique. Le coefficient de conversion est de $12,05 \text{ V W}^{-1}$. Malgré le soin apporté aux calibrations, il subsiste une incertitude de 10% sur toutes les mesures de puissance liée à l'accumulation des erreurs de calibration.

Note : Une analyse de l'état de polarisation du signal a été réalisée sur les signaux de sortie des deux anneaux. L'analyse indique une polarisation linéaire du signal sur un axe de biréfringence avec un taux d'extinction de 1 : 200.

La partie du signal qui continue de circuler dans l'anneau, traverse un filtre optique (XTM-50-SCL-S-58, EXFO), dont la bande passante est réglable manuellement entre 0,05 nm et 1 nm. Nous ajustons la longueur d'onde centrale du filtre autour de la longueur d'onde du signal (1550 nm) et nous fixons sa largeur à 0,16 nm. Ce filtre permet de retirer efficacement les composantes spectrales due à

l'émission spontanée amplifiée (ASE) engendrée par l'amplification erbium. Les pertes d'insertion du filtre (~ 5 dB) sont relativement importantes. Mais encore une fois ces pertes sont largement compensables par les amplificateurs que nous utilisons.

Comme l'indique la figure 2.1, un isolateur optique est inséré dans chaque anneau pour assurer le fait que le signal optique circule dans un seul sens. Par ailleurs, nous dotons les anneaux d'atténuateurs optiques variables (COCOM04410, IDIL). Ces atténuateurs permettent de contrôler et d'ajuster finement le taux de pertes dans chaque anneau. C'est par le réglage de ces atténuateurs que nous sommes en mesure d'ajuster la décroissance de la puissance optique moyenne dans les deux anneaux (voir la figure 2.2).

L'anneau U se distingue de l'anneau V par l'ajout de deux éléments supplémentaires. Le premier est un switch optique, il est utilisé pour supprimer le signal lumineux résiduel présent dans les deux anneaux à la fin d'une expérience. Entre deux expériences, le switch s'active pour bloquer le signal correspondant à l'expérience en cours. La prochaine expérience peut redémarrer sans être perturbée par la précédente. Le deuxième élément est un modulateur de phase (MPZ-LN-10) de bande passante de 10GHz. Il permet d'appliquer une modulation de phase tour à tour sur le signal, ce que nous considérons au chapitre 4.

Le tableau 2.2 synthétise les pertes liées à l'insertion de chaque élément optique dans les deux anneaux. Une grande partie des pertes provient des coupleurs d'injection/d'extraction essentiels à l'observation du signal. La somme totale de toutes ces pertes est compensée par l'utilisation des amplificateurs. Les amplificateurs peuvent en effet apporter un gain allant de 20 dB à 50 dB ce qui est suffisant pour compenser les pertes globales qui se chiffrent à ~ 20 dB.

Gain et pertes Éléments	Anneau U	Anneau V
Coupleurs optiques	-10.5dB	-15.7dB
Filtre optique	-5dB	-5dB
Switch optique	-3dB	0dB
Isolateur optique	-0.5dB	-0.5dB
Atténuateur variable	0 à -30dB	0 à -30dB
Modulateur de phase	-1.5dB	0dB
Amplificateur	+20 à +50dB	+20 à +50dB

TABLEAU 2.2 – Tableau résumant les pertes (d'insertion et d'extraction) et le gain des différents éléments présents dans les anneaux.

La figure 2.2 donne une idée quantitative du rôle des amplificateurs dans la compensation des pertes dans un anneau. Lorsque l'amplification est inactive (en bleu), l'intensité du signal optique des deux anneaux tombe à zéro en ~ 10 tours. En revanche, lorsque l'amplification est active (en rouge), l'intensité du signal demeure approximativement constante sur 80 tours.

En général, dans tous les résultats expérimentaux que nous présentons, le gain est ajusté de façon à pouvoir observer le signal pendant un maximum de tours. Dans nos expériences, il est possible que le gain apporté par les amplificateurs devienne supérieur aux pertes des deux anneaux (traits pointillés

sur la figure 2.2). On observe alors le démarrage d'une oscillation laser que l'on peut facilement inhiber en augmentant les pertes grâce aux atténuateurs variables.

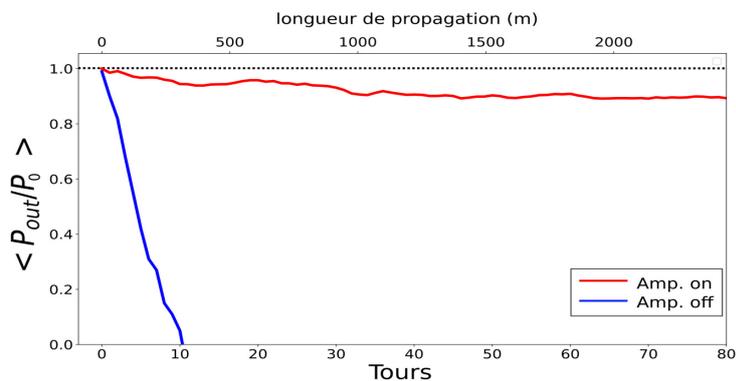


FIGURE 2.2 – Évolution de la puissance moyenne P_{out} normalisée par P_0 (la puissance de la condition initiale) en fonction du nombre de tours d'anneau. Avec amplification en rouge et sans amplification en bleu.

Pour résumer, nous avons réalisé le montage expérimental du double anneau avec une fibre à maintien de polarisation représenté schématiquement sur la figure 2.1. Le signal optique se propageant dans le double anneau est linéairement polarisé et on peut contrôler finement la décroissance sur plusieurs dizaines de tours.

2.2 Réponse impulsionnelle du double anneau

Dans la partie 1.2, nous avons déjà considéré la réponse impulsionnelle du système avec à l'aide de simulations numériques.

Dans cette partie, nous injecterons une impulsion courte dans un seul anneau et nous observerons son déploiement au cours du temps. À l'aide d'un découpage judicieux du signal temporel, nous reconstruirons l'évolution spatio-temporelle de l'impulsion dans les deux anneaux. Nous présenterons la mise en place expérimentale d'une méthode d'hétérodynage pour l'observation de la relation de dispersion.

2.2.1 De l'évolution temporelle à la dynamique spatio-temporelle

Dans cette section, nous commencerons par expliquer le principe de la reconstruction du diagramme spatio-temporel expérimental à partir du signal temporel enregistré par les photodiodes. Enfin nous pourrons comparer l'évolution spatio-temporelle expérimentale à celle d'une simulation.

Reconstruction du diagramme spatio-temporel expérimental

Avant de reconstruire la dynamique spatio-temporelle, intéressons nous à la réponse temporelle du double anneau mesurée à la sortie de l'anneau U et tracée sur la figure 2.3. L'impulsion initiale injectée dans l'anneau V est de forme carrée, elle dure 1 ns ($< \Delta T/2$) et elle a une puissance optique crête de $P_0 \sim 6mW$. La durée totale du signal temporel est de $\sim 16\mu s$ ce qui représente 85 tours dans le double anneau.

Dans l'évolution temporelle représentée sur la figure 2.3 (a), nous zoomons à plusieurs endroits pour mieux observer le déploiement des impulsions. Le premier zoom correspond au tour $m = 1$, on constate bien la présence d'une seule impulsion. La deuxième fenêtre, pour $m = 2$, deux impulsions sont présentes et distantes l'une de l'autre (front à front) de $\Delta T = 2,26ns$. Pour le troisième tour, seules deux impulsions sont présentes car pour le cas de l'anneau U (dans lequel nous n'avons pas injecté la lumière) les conditions d'interférences sont destructives pour cette position. Puis, nous affichons le déploiement des impulsions pour le tour $m = 15$ pour lequel, la répartition de l'énergie sur les impulsions est quasiment symétrique, voir chapitre 1 dans le paragraphe 1.2.

Pour reconstruire un diagramme spatio-temporel à partir du signal temporel de la figure 2.3 (a), on découpe la trace temporelle en M segments de durée \bar{T} . La figure 2.3 (b) montre le diagramme spatio-temporel un nombre restreint de 15 tours. Sur celui-ci, on retrouve les impulsions disposées symétriquement par rapport à la première. Le niveau d'amplitude de chaque impulsion est codé dans l'échelle de couleur (en niveau de gris) et normalisé à l'intensité de la première impulsion. On observe que chaque impulsion possède une couleur unie associée à un niveau d'amplitude constant.

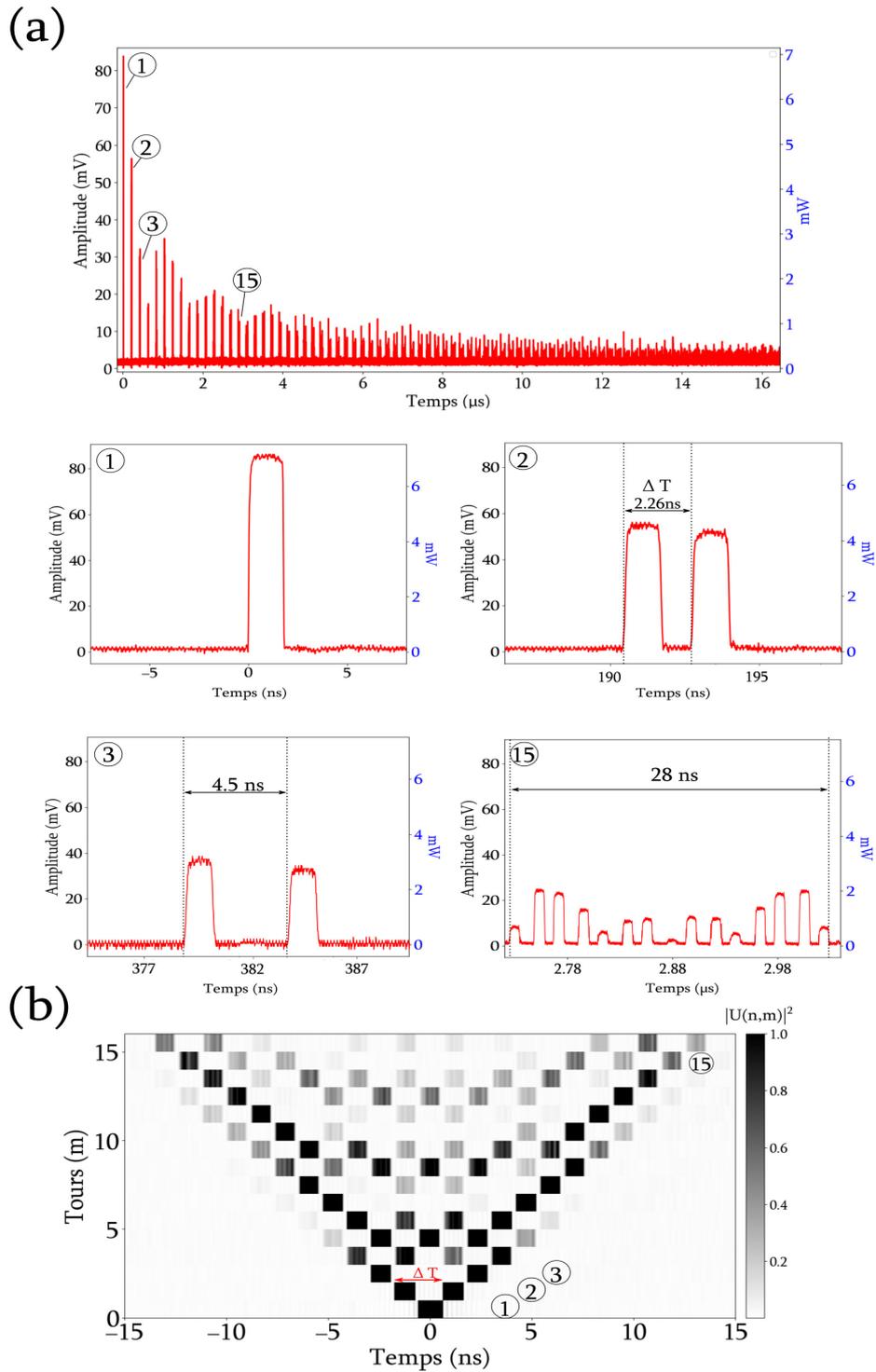


FIGURE 2.3 – (a) Signal temporel mesuré dans l'anneau U suite à l'injection d'une impulsion dans l'anneau V . La trace temporelle dure près de $16 \mu\text{s}$. Plusieurs zooms (1, 2, 3 et 15) sont tracés dessous. Un premier zoom de 15 ns autour de la première impulsion; un deuxième autour du deuxième tour où l'on observe le décalage ΔT entre les deux impulsions. Le 15^e tour est tracé dans une fenêtre de $\sim 30 \text{ ns}$ pour observer l'étalement des impulsions dans le temps. (b) Diagramme spatio-temporel reconstruit à partir des zooms de (a), l'intensité est normalisée par l'intensité de la première impulsion.

Comparaison avec la simulation

La figure 2.4 représente les diagrammes spatio-temporels complets (jusqu'à $m = 85$ tours) de l'anneau U dans l'expérience (figure 2.4 (a)) et dans la simulation des équations (1.6) (voir la figure 2.4 (b)). On peut dire que l'expérience reproduit très bien le modèle théorique implémenté dans la simulation. Notons que des pertes (1 %) sont incluses dans la simulation numérique pour reproduire les pertes mesurées dans l'expérience.

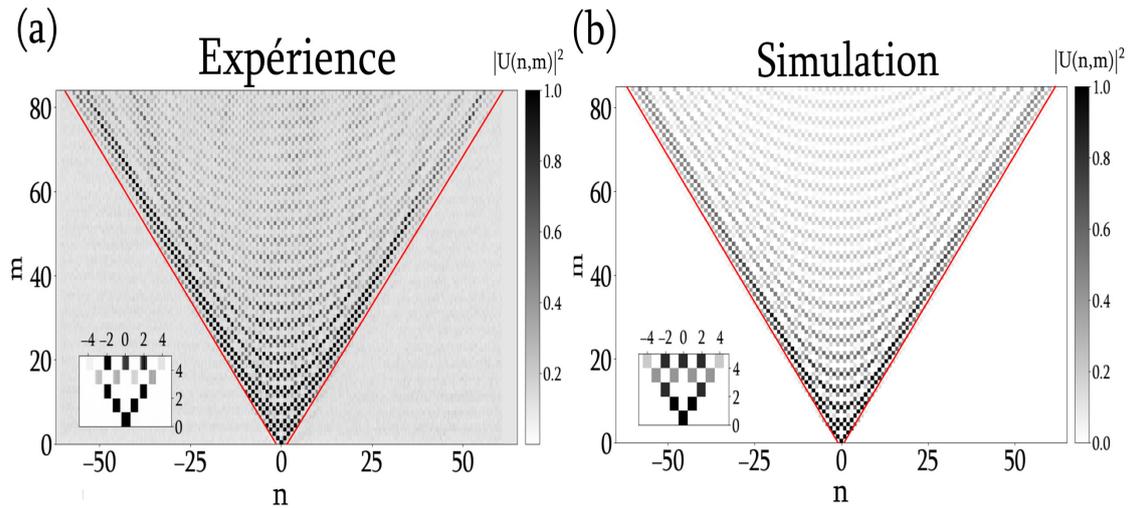


FIGURE 2.4 – Réponse impulsionnelle de l'anneau U observée lors de l'injection d'une impulsion courte dans l'anneau V . (a) Diagramme spatio-temporel expérimental, (b) diagramme spatio-temporel numérique des équations (1.6).

D'un point de vue expérimental nous avons une bonne observation du signal sur ~ 85 tours. Cependant, nous mesurons l'intensité du signal sans mesurer sa phase. Cette mesure est essentielle pour l'obtention des bandes photoniques par transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle (voir paragraphe 1.3.2).

Dans la prochaine partie, nous décrirons la mise en place d'une méthode hétérodyne pour la mesure de phase du champ dans les deux anneaux.

2.2.2 Observation de la structure de bande

Le système expérimental que nous avons décrit jusqu'à présent ne permet pas l'obtention de la relation de dispersion du fait que seule l'intensité du champ est mesurée.

Nous proposerons ici la mesure de la relation de dispersion complète, en une seule acquisition dans le système du double anneau [92]. Le principe repose sur une mesure de la phase par une méthode d'hétérodynage. Notons qu'une telle méthode a été proposée pour effectuer une mesure des énergies propres dans la référence [93] mais qu'elle n'a jamais été mise en place expérimentalement à notre connaissance.

Nous commencerons par décrire le dispositif expérimental complet dans lequel le double anneau est associé à un oscillateur local, ce qui permet une mesure simultanée de l'amplitude et de la phase

du champ par une méthode hétérodyne. Nous montrerons ensuite comment cette mesure simultanée de l'intensité et de la phase du champ permet l'observation expérimentale des bandes photoniques.

Dispositif expérimental complet

Le dispositif présenté sur la figure 2.5 reprend le schéma déjà présenté sur la figure 2.1. Nous lui ajoutons un oscillateur local, dont le rôle est d'apporter une onde de référence qui va battre avec le signal sortant des anneaux U et V .

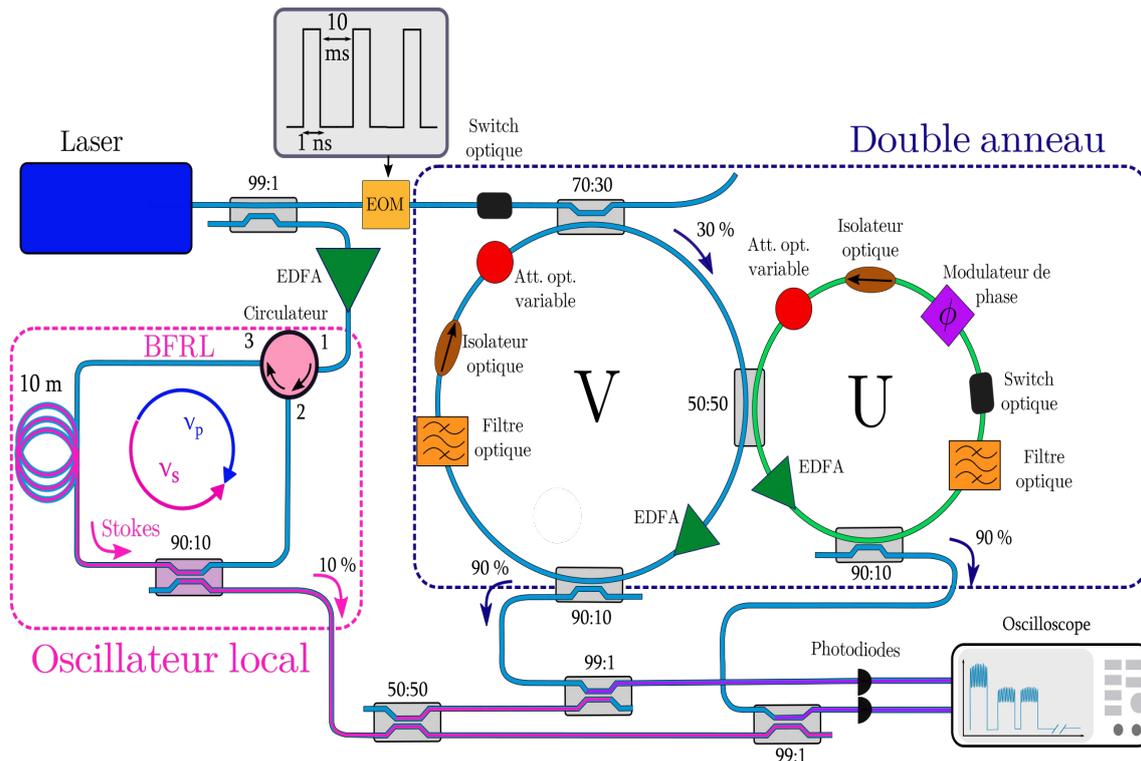


FIGURE 2.5 – Dispositif expérimental complet avec, dans le carré bleu le double anneau et dans le carré rose l'oscillateur local. La combinaison des sorties des anneaux avec celle de l'oscillateur local permettent l'obtention d'un battement visible sur l'oscilloscope, ce qui permet la mesure de l'intensité et de la phase du champ.

L'oscillateur local est représenté sur la figure 2.5 dans le carré en pointillés roses. Cet oscillateur local est une boucle fibrée à laser Brillouin (BFRL). Une partie du laser de pompe est déviée (1%) et amplifiée à forte puissance (2W) à l'aide d'un EDFA. Le signal à la sortie de l'amplificateur est envoyé vers la première voie d'un circulateur optique. Ce circulateur optique autorise la circulation des ondes tournant dans le sens anti-horaire et bloque la circulation des ondes tournant dans le sens horaire. Dans cette boucle, le signal de pompe (de fréquence ν_p) circule dans le sens horaire (en bleu). Lorsque la puissance de pompe devient suffisamment importante l'oscillation du laser Brillouin se manifeste par l'apparition d'une onde Stokes circulant dans le sens opposé à celui de l'onde de pompe. Le laser Brillouin que nous avons réalisé est fait d'une fibre optique à maintien de polarisation longue de 10m. Son seuil de démarrage est de 370mW injecté sur l'entrée 1 du circulateur. La lumière Stokes qui va servir d'onde de référence est extraite à l'aide d'un coupleur 90/10. L'onde Stokes est la seule à circuler dans l'anneau. L'onde de pompe effectue un seul passage

dans la fibre de 10 m car elle est bloquée par le circulateur au bout d'un passage dans la fibre.

La diffusion Brillouin stimulée est un processus non linéaire qui apparaît lors de la propagation d'une onde monochromatique puissante dans des fibres optiques. Celle-ci se manifeste par la génération d'une onde Stokes (de fréquence ν_S) se propageant dans le sens opposé à celui de l'onde de pompe. Dans les fibres monomodes, la fréquence de l'onde Stokes est décalée de ~ 11 GHz par rapport à la fréquence du rayonnement de pompe [94, 95]. On schématise ce processus sur la figure 2.6, on peut voir que l'onde Stokes générée sous la courbe de gain Brillouin excite seulement un mode de cavité de la boucle (l'intervalle spectrale libre ISL de la boucle Brillouin vaut $\nu_{ISLB} = 20,7$ MHz). Notre laser Brillouin est donc un laser monomode longitudinal délivrant une onde Stokes qui va servir de référence. Sa fréquence décalée de ~ 11 GHz, par rapport au signal optique circulant dans les deux anneaux, va engendrer un battement à cette fréquence par l'intermédiaire duquel nous pourrions mesurer l'amplitude et la phase du signal circulant dans les deux anneaux.

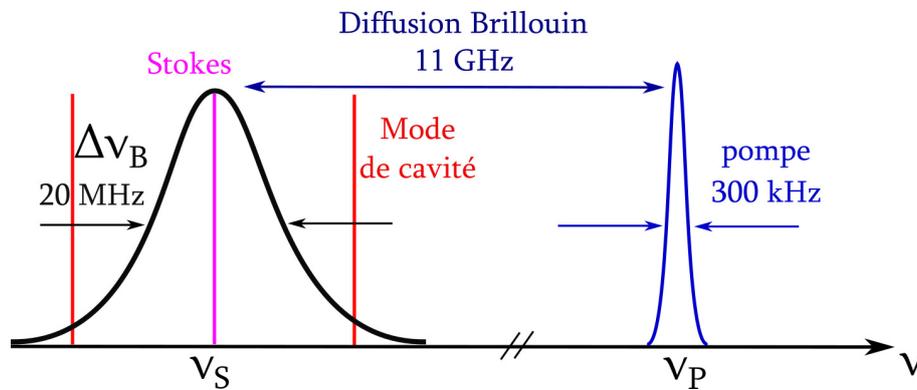


FIGURE 2.6 – Schéma du principe de diffusion Brillouin. L'onde de pompe en bleu à la fréquence ν_p génère une onde Stokes en rose à la fréquence ν_s . L'onde Stokes est générée sur l'un des modes de cavité (en rouges) au maximum du gain Brillouin $\Delta\nu_B$ en noire. Grâce aux dimensions de la boucle, un seul mode de cavité est excité (en rose).

Il a été démontré théoriquement que l'onde Stokes délivrée par un laser Brillouin possède une largeur spectrale $\Delta\nu_S$ plus étroite que celle $\Delta\nu_P$ du laser de pompe [96].

L'équation (2.1) donne la largeur spectrale $\Delta\nu_S$ de l'onde Stokes générée dans le laser Brillouin.

$$\Delta\nu_S = \frac{\Delta\nu_P}{K^2}. \quad (2.1)$$

Le rapport K^2 entre la largeur spectrale du laser de pompe et celle du laser Brillouin est donnée par $K^2 = [1 + \frac{\gamma_A}{\Gamma}]^2$, où $\gamma_A = \pi\Delta\nu_B$ représente le taux d'amortissement de l'onde acoustique. $\Delta\nu_B \approx 20$ MHz représente la largeur spectrale du gain Brillouin. $\Gamma = -c \ln R/nl$ où c/n est la vitesse de la lumière dans la fibre de longueur L et R le coefficient de réinjection dans la boucle Brillouin.

Nous reprenons l'équation (2.1) et l'appliquons à notre laser Brillouin. Nous obtenons un facteur d'affinement de la raie Stokes de 300 (i.e. $\Delta\nu_S \approx \Delta\nu_P/300$). La largeur spectrale $\Delta\nu_P$ du laser délivrant le signal est de 300 kHz ce qui nous donne une largeur spectrale pour l'onde Stokes autour de 1 kHz. Si l'on retranscrit cette valeur en termes de longueur de cohérence nous obtenons environ $L_{cohB} = 100$ km. La longueur de cohérence du rayonnement Stokes délivré par notre laser Brillouin

est bien supérieure à la longueur moyenne des anneaux $\frac{L_{cohB}}{L} \approx 2600$ tours. Cela assure une cohérence temporelle, entre le signal optique circulant dans les deux anneaux et l'onde de référence, pendant un temps bien plus long que le temps typique d'une expérience.

Dans notre dispositif expérimental, sur la figure 2.5, les bras de sortie des coupleurs d'extraction des anneaux sont connectés à des coupleurs combinant l'onde de référence provenant de l'oscillateur local avec les signaux sortant des deux anneaux. La puissance optique moyenne de sortie de l'onde de référence avant la combinaison est de 5 mW, ce qui est comparable aux puissances optiques crêtes des signaux sortant des deux anneaux. Ainsi, nous obtenons un bon contraste dans le battement entre les deux signaux.

L'utilisation d'une fibre à maintien de polarisation dans tout le système optique permet également de faire en sorte que le contraste du battement ne fluctue pas dans le temps.

Diagramme spatio-temporel avec détection hétérodyne

Reprenons la démarche décrite dans la partie précédente 2.2.1 pour la reconstruction du diagramme spatio-temporel cette fois avec l'utilisation de notre oscillateur local. Nous récupérons le signal de sortie des deux anneaux, combiné avec l'onde de référence. Nous traçons en figure 2.7 (a) une partie du signal temporel obtenu en sortie de l'anneau U et sa reconstruction sous forme spatio-temporelle en (b) sur les 15 premiers tours.

Contrairement au résultat obtenu précédemment (en figure 2.3), le signal observé n'est pas composé d'impulsions carrées (avec un sommet plat) mais comporte maintenant des oscillations. Celles-ci sont dues au battement entre l'onde de référence (décalée spectralement de 11 GHz) et le signal sortant des anneaux (à la fréquence de pompe). La fréquence des oscillations étant de 11 GHz et la durée d'une impulsion de 1 ns, on peut compter 9 périodes d'oscillation sur chaque impulsion carrée.

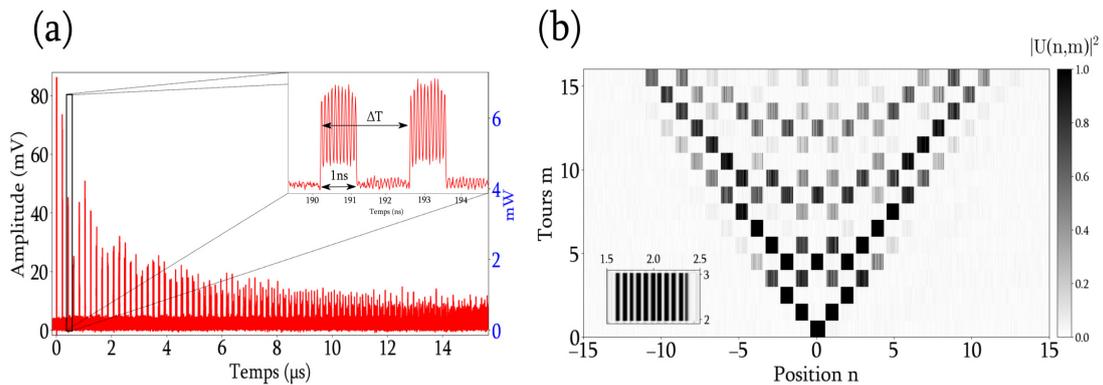


FIGURE 2.7 – (a) Signal temporel obtenu dans l'anneau U en mV et en mW en bleu. Le zoom au 2^e tour montre l'écart ΔT entre deux impulsions et les oscillations de 11 GHz présentes sur les impulsions. (b) Diagramme spatio-temporel reconstruit à partir de (a), le zoom montre les franges visibles sur une impulsion de durée 1 ns.

Le battement à 11 GHz est observé sur toutes les impulsions carrées mesurées en sortie des deux anneaux. Le contraste du battement demeure élevé sur tout le diagramme spatio-temporel grâce aux propriétés de la fibre à maintien de polarisation et à la cohérence de l'onde Stokes délivrée par la boucle fibrée à laser Brillouin. Ce diagramme spatio-temporel est maintenant composé d'un système

de franges encodant l'intensité et la phase des impulsions tour après tour.

Remarques : Le niveau de contraste du battement est déterminé par la cohérence temporelle de l'onde de référence délivrée par l'oscillateur local. Cette cohérence est liée à la largeur spectrale du laser Brillouin. La longueur de cohérence de notre laser Brillouin a été estimée à plus de 100 km, ce qui permet d'observer un battement de contraste constant sur un nombre de tours important. Si la largeur spectrale du laser Brillouin n'était pas suffisamment étroite, la cohérence temporelle avec le signal sortant des anneaux aurait été perdue au bout d'un certain nombre de tours. Le battement aurait alors vu son contraste s'étioler à mesure que les impulsions avancent dans le temps et le contraste se serait affaibli au cours du temps. Ici, dans nos résultats expérimentaux, le niveau de contraste observé est le même sur chacune des impulsions, au premier tour comme au tour $m = 85$. Par ailleurs, soulignons que si la polarisation n'avait pas été linéairement maintenue, le niveau de contraste sur chaque impulsion aurait varié de manière non contrôlée au cours du temps. Les répercussions s'observeraient dans le spectre de Fourier par un déséquilibre des amplitudes complexes des composantes spectrales. De telles fluctuations ne se produisent pas dans notre dispositif du fait de l'utilisation d'une fibre à maintien de polarisation dans laquelle l'état de polarisation de la lumière est fixée sur un axe de biréfringence.

Observation des bandes photoniques

Comme évoqué précédemment, chaque impulsion du diagramme spatio-temporel expérimental comporte des oscillations résultant du battement entre le signal circulant dans les deux anneaux et une onde de référence. Ces oscillations portent en elles l'information de l'évolution de l'intensité et de la phase du champ, ce qui va nous permettre de retrouver la relation de dispersion du système.

La figure 2.8 (a), représente le diagramme spatio-temporel expérimental enregistré expérimentalement dans l'anneau U . Le signal se propage pendant $m = 85$ tours et s'étale sur $\Delta n \approx 130$ positions. La relation de dispersion du réseau photonique est obtenue en réalisant la transformée de Fourier à deux dimensions (TF2D) du diagramme spatio-temporel représenté sur la figure 2.8 (a). La figure 2.8 (c) montre que la transformée de Fourier s'étale entre -15 GHz et 15 GHz¹. Une partie du spectre de Fourier se situe autour de 0 Hz à basse fréquence, celle-ci résulte de la transformée de Fourier à deux dimensions de l'intensité. Les deux autres parties, situées à ± 11 GHz, résultent du battement hétérodyne.

Nous focalisons notre étude sur la zone spectrale située autour de la fréquence à 10,8 GHz entourée par le carré rouge dans la figure 2.8 (c) et retranscrite dans la figure 2.8 (b).

De manière qualitative, nous observons deux bandes spectrales symétriques par rapport à l'axe horizontal (autour de la fréquence 0 MHz) et par rapport à l'axe vertical (autour de la fréquence $\sim 10,8$ GHz). Celles-ci recouvrent parfaitement la relation de dispersion de l'équation 1.10.

Intéressons nous aux dimensions spectrales dans lesquelles s'inscrivent les bandes photoniques. D'abord, évoquons les dimensions de la zone de Brillouin. Celles-ci sont fixées par les dimensions du double anneau. Le long de l'axe horizontal, la zone de Brillouin s'étend sur une largeur de $\delta\nu_{ZB_x} = 1/\Delta T = 443$ MHz, donnée par la différence de longueur entre les anneaux. Le long de l'axe

1. Le spectre complet s'étend sur 80 GHz de -40 GHz à 40 GHz, ce qui correspond à la bande passante de l'oscilloscope

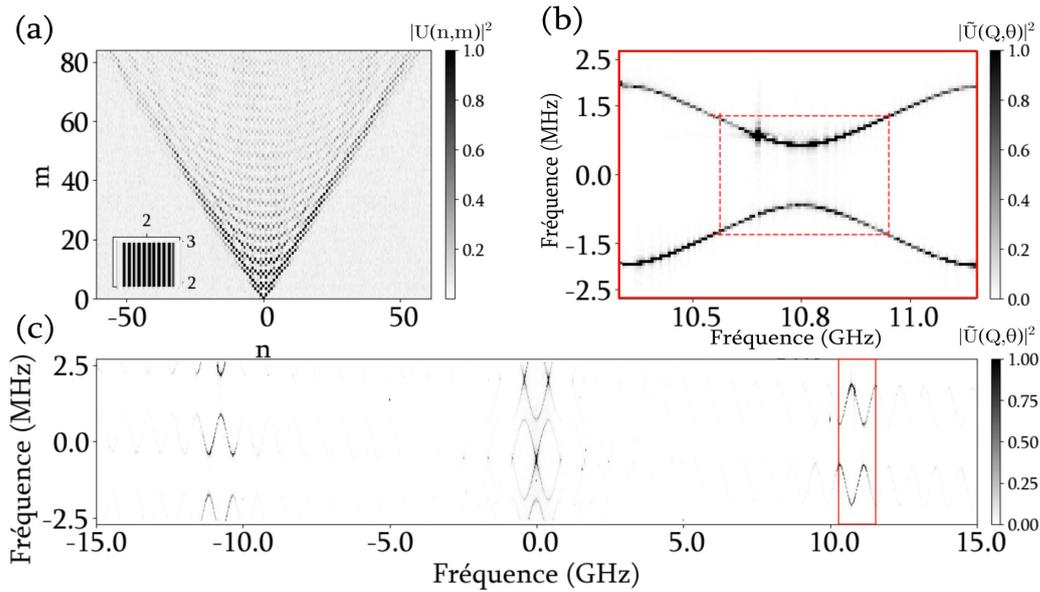


FIGURE 2.8 – (a) Diagramme spatio-temporel de l’anneau U complet. (b,c) Spectres optiques obtenus par transformée de Fourier à deux dimensions du diagramme spatio-temporel en (a). (c) Spectre centré en zéro de -15 GHz à 15 GHz et en (b) un zoom centré sur les bandes photoniques autour de $10,8$ GHz, avec la zone de Brillouin délimitée par le carré en tirés rouges.

vertical, sur une largeur de $\delta\nu_{ZB_y} = \frac{1}{2T} = 2,62$ MHz, donnée par deux fois le temps moyen de parcours d’un anneau. La zone de Brillouin caractérisant notre réseau photonique est donc représentée par le cadre en pointillés de la figure 2.8 (b).

L’impulsion injectée dans le double anneau a une durée de 1 ns et couvre donc une région spectrale large de 1 GHz. Ainsi, on peut voir que les bandes photoniques contenues dans la fenêtre d’observation (en rouge) sont visibles de $\sim 10,3$ GHz à $11,2$ GHz. Dans ce cas, l’impulsion injectée excite complètement la zone de Brillouin et bien au delà.

Terminons la description de la figure 2.8 par des éléments qualitatifs sur la résolution avec laquelle la structure des bandes tracée sur la figure 2.8 (b) est obtenue. La résolution spectrale est définie :

- * Sur l’axe horizontal, par le taux d’échantillonnage de l’oscilloscope et de la largeur spectrale totale de la zone de Brillouin. L’oscilloscope enregistre le signal à 80 GSa/s et la largeur horizontale totale de la zone de Brillouin étant de 443 MHz, nous obtenons une résolution horizontale de $\frac{0,443}{80} = 5,54$ MHz.
- * Sur l’axe vertical, par le nombre de lignes (autrement dit le nombre de tours) et du temps moyen pour passer d’une ligne à l’autre (\bar{T}). Ici, le diagramme spatio-temporel comporte ~ 85 lignes (tours) alors la résolution verticale est de $\frac{1}{85\bar{T}} = 61,53$ kHz.

Comparaison avec la simulation numérique

La figure 2.9 (b) représente la structure de bande expérimentale issue de l’expérience présentée en figure 2.8(b). Elle est comparée à la simulation en figure 2.9 (a) qui reprend les mêmes conditions que celles de l’expérience. Dans les deux spectres nous avons tracé la première zone de Brillouin en rouge. Sur la figure 2.9 (b), les axes horizontaux et verticaux peuvent être convertis vers les dimensions de

quasi-énergie θ et de moment de Bloch Q . Les relations de conversion entre les grandeurs physiques (en fréquence) et les grandeurs sans dimensions sont données par :

$$Q = \frac{2\pi(\nu_x - \nu_x^0)}{\Delta\nu_{ZB_x}} \quad (2.2)$$

$$\theta = \frac{2\pi(\nu_y - \nu_y^0)}{\Delta\nu_{ISL}}, \quad (2.3)$$

où ν_x et ν_y représentent les fréquences mesurées selon les axes verticaux et horizontaux de la figure 2.8, ν_x^0 et ν_y^0 des fréquences de corrections (dont nous parlons juste après), $\Delta\nu_{ZB}$ la largeur de la zone de Brillouin et $\Delta\nu_{ISL}$ l'intervalle spectral libre.

Il est plus commode de discuter de la structure de bandes en fonction des grandeurs normalisées, c'est pourquoi, par la suite nous remplacerons les axes en fréquences par les axes (θ, Q) .

La forme des bandes suit rigoureusement l'évolution de la relation de dispersion tracée dans le paragraphe 1.13 et donnée par l'équation (1.10). Les bandes possèdent une courbure non nulle au centre de la zone de Brillouin. Dans cette région, les bandes ont une forme identique mais une courbure opposée (la bande supérieure est convexe et la bande inférieures est concave). Leur courbure est nulle aux quatre coins de la zone de Brillouin. De plus, les états en $Q = \pm\pi$ et $\theta = \pm\pi$ sont dégénérés (voir détails dans le paragraphe 1.13).

Enfin, notons que nous observons la signature spectrale du laser Brillouin en $Q \approx -0.5\pi$ soit à la fréquence $\nu_s \approx 10,65\text{GHz}$. Celle-ci ne perturbe que très peu la mesure grâce à sa faible largeur spectrale (1 pixel).

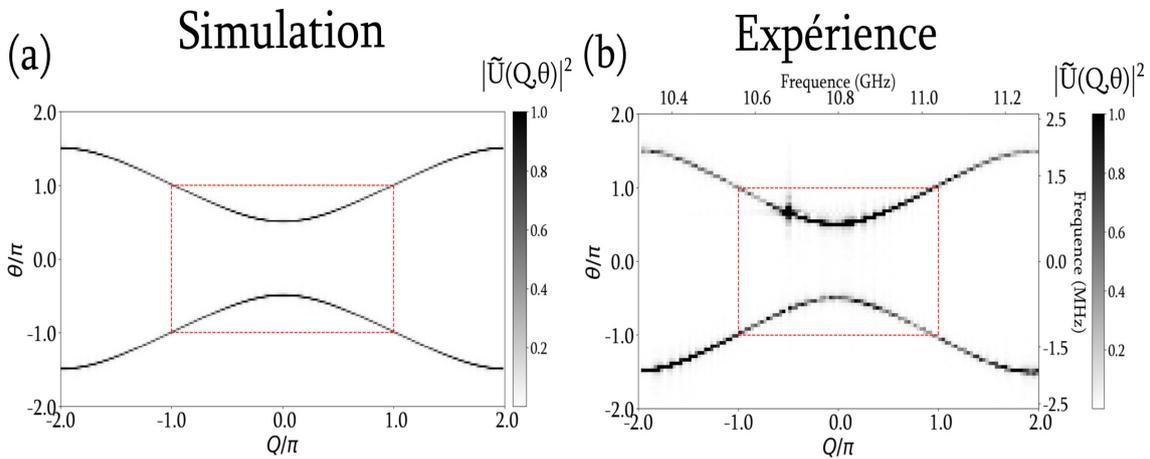


FIGURE 2.9 – (a) Bandes photoniques (relation de dispersion) mesurées par la transformée de Fourier à deux dimensions de la réponse impulsionnelle dans l'anneau U . (a) Simulation. (b) Expérience.

La mesure de la relation de dispersion a aussi été réalisée pour l'anneau V , comme nous le montrerons dans le prochain paragraphe 3.1.

Dérives en fréquence

Dans toutes expériences en optique, les différents éléments utilisés présentes des dérives dans le temps. Ces dérives engendrent des modifications légères des conditions d'observation. Par exemple,

la localisation de la fréquence centrale de la structure des bandes spectrales peut varier légèrement au cours du temps.

Parmi les éléments dérivant le plus, nous pouvons citer le laser de pompe qui peut dériver de quelques kiloHertz ; mais surtout la longueur de la fibre optique est susceptible de varier. En effet la longueur d'une fibre optique est sensible aux variations de température et de pression [97]. Sa longueur peut varier dans le temps et alors redéfinir les fréquences associées aux temps de parcours dans les anneaux fibrés. Pour pallier à ce phénomène d'élongation des fibres, une bonne partie des éléments composants le double anneau, est confinée dans une boîte partiellement isolée du bruit et des changements de température environnementaux. Malgré ces précautions, nous observons que les fréquences ν_x^0 et ν_y^0 fluctuent lentement d'une acquisition à une autre. Les variations mesurées sont de l'ordre de quelques dizaines de kiloHertz le long de l'axe horizontal. Le même phénomène apparaît le long de l'axe vertical.

Dans un premier temps, nous pouvons laisser le système fluctuer et corriger à posteriori ces dérives. Cela revient à ajuster le centre de la zone de Brillouin sur les zéros des axes (Q, θ) par l'intermédiaire des fréquences de correction ν_x^0 et ν_y^0 . Dans un second temps, afin de résoudre ces effets de dérives, il est possible de stabiliser la longueur ΔL du double anneau de façon active sur la longueur d'onde du laser. Cela a pour avantage de stopper la dérive dans le temps des valeurs ν_x^0 et ν_y^0 . Le dispositif d'asservissement que j'ai mis en place pour stabiliser le système expérimental est décrit en annexe D.

Pour résumer, nous avons observé l'évolution spatio-temporelle d'une impulsion courte injectée dans un anneau. Et grâce à l'utilisation d'un procédé de mesure d'intensité et de phase par hétérodyne, la structure des bandes photoniques est mesurée de manière précise en une unique acquisition. L'observation de la forme des bandes est en accord avec la relation de dispersion théorique décrite au paragraphe 1.2.2.

Dans le chapitre 3, nous montrerons que l'observation des bandes photoniques ne sert pas seulement à retrouver la forme de celles-ci mais aussi à l'analyse des états propres du système.

2.3 Propagations de paquet d'ondes

Dans cette partie nous étudierons la propagation de paquets d'ondes de forme gaussienne dans le réseau photonique. À l'inverse du travail effectué pour la réponse impulsionnelle, le paquet d'ondes possède une largeur temporelle plus importante, de l'ordre de plusieurs dizaines (voir la centaine) de nanosecondes.

Le spectre du champ injecté dans le double anneau est maintenant beaucoup plus étroit que celui des impulsions courtes considérées au paragraphe 2.2 et il ne vient adresser qu'une partie étroite de la relation de dispersion. Dans cette section, deux parties de la relation de dispersion seront étudiées de manière expérimentale et une simulation sera associée à chacune des expériences effectuées.

2.3.1 Simulation de la propagation de différents paquets d'ondes

La condition initiale choisie est un paquet d'ondes de forme gaussienne, décrite par l'expression 2.4. La largeur à mi-hauteur σ choisie dans les simulations est supérieure à 1 (typiquement $\sigma \approx 15$) de façon à réaliser une condition initiale de spectre étroit.

$$V(n, m = 0) = P_0 e^{\left(\frac{-n^2}{2\sigma^2}\right)} e^{iQ_0 n}, \quad (2.4)$$

P_0 représente l'amplitude du paquet d'ondes, σ la largeur à mi-hauteur et Q_0 le décalage spectral entre la fréquence centrale d'émission du paquet d'ondes et le centre de la zone de Brillouin. Comme pour la réponse impulsionnelle, l'injection d'une impulsion dans un seul des deux anneaux va engendrer l'excitation des deux bandes de la relation de dispersion. Nous traçons sur la figure 2.10, un exemple de paquet d'ondes que l'on injecte dans l'anneau V .

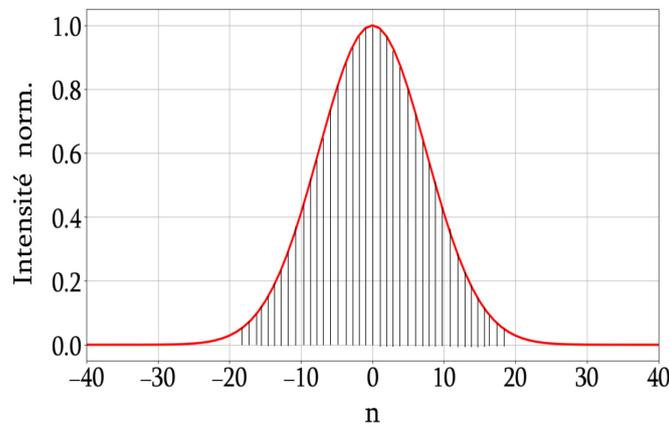


FIGURE 2.10 – (a) Profil en intensité d'une condition initiale de forme gaussienne décrite par l'équation 2.4, $P_0 = 0$; $\sigma = 15$ et $Q_0 = 0$.

Nous présentons sur la figure 2.11, l'évolution spatio-temporelle en (a) et (b) de deux conditions initiales différentes. Dans la première en (a) le paquet d'ondes est centré en $Q_0 = 0$ et la deuxième en (b) en $Q_0 = \pi$.

Prenons le premier cas sur la figure 2.11(a), nous avons choisi d'exciter le spectre en $Q_0 = 0$. En ce point la vitesse de groupe est nulle, voir son spectre associé sur la figure 2.11(c). Ainsi, on peut voir que l'évolution spatio-temporelle du paquet d'ondes reste centrée en $n = 0$. Aussi nous voyons que lors de son évolution le paquet se disperse légèrement, autrement dit, sa largeur à mi-hauteur augmente au cours de la propagation. Cela est dû à la courbure locale (soit la dérivée deuxième) de la relation de dispersion, voir le paragraphe 1.2.2.

Pour le deuxième cas sur la figure 2.11 (c), l'excitation spectrale est en $Q_0 = \pi$, pour laquelle la relation de dispersion admet deux valeurs de vitesse de groupe correspondant aux deux bandes, voir son spectre associé sur la figure 2.11(d). Alors, le paquet d'ondes se scinde en deux parties. Les deux paquets d'ondes obtenus se propagent sans dispersion (σ constant) car la courbure locale de la relation de dispersion est nulle, voir la figure 1.13.

Dans les diagrammes spatio-temporels de la figure 2.11 (a) et (b), on note la présence d'une

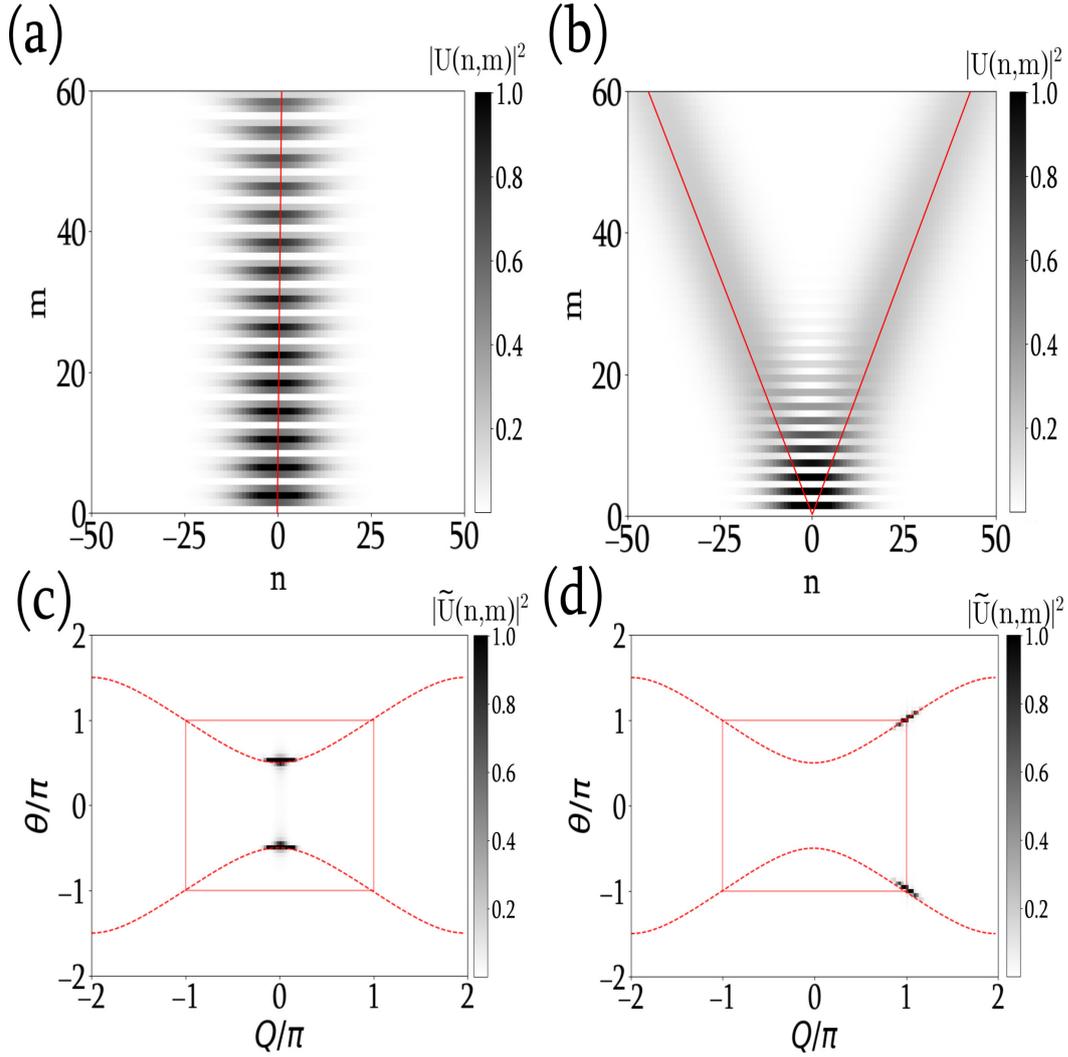


FIGURE 2.11 – **Simulation** : (a-b) Diagrammes spatio-temporels de l’anneau U , les droites rouges indiquent les vitesses de groupes des paquets d’ondes. (c-d) Spectres optiques obtenues par transformées de Fourier à deux dimensions des diagrammes spatio-temporels des figures (a-b).

modulation de l’amplitude du paquet au cours de sa propagation le long de l’axe vertical m . En effet, pour le premier cas en (a), la puissance du paquet d’ondes alterne entre minimas et maximas de manière périodique. La période de cette modulation est liée à l’écart en énergie entre les deux bandes. Cet écart en énergie vaut $\Delta\theta_{Q_0=0} = \pi$, la période associée vaut exactement 4 tours. En revanche, pour le deuxième cas, l’écart en énergie entre les bandes est deux fois plus grande qu’en $Q_0 = 0$: $\Delta\theta_{Q_0=\pi} = 2\pi$. Alors, la période de modulation des amplitudes est alors deux fois plus courte (sur 2 tours).

2.3.2 Observations expérimentales

Dans la section précédente nous avons observé la propagation de paquets d’ondes ayant leur spectre centré en différents endroits de la relation de dispersion. Ici nous étudions, de manière expérimentale les situations considérées précédemment dans les simulations ($Q_0 = 0$ et $Q_0 = \pi$).

Comme évoqué dans la partie concernant la réponse impulsionnelle (paragraphe 2.2.2), le système expérimental subit des dérives dans le temps et la fréquence centrale Q_0 du paquet d'ondes ne peut pas être contrôlée. Ainsi, lorsque le système n'est pas contrôlé, l'excitation du système se porte aléatoirement à différentes valeurs de Q pour chaque expérience.

Cependant, ces dérives sont lentes, plus lentes que le temps d'une expérience. Dans la pratique, il est possible de prendre plusieurs acquisitions expérimentales, et ensuite, sélectionner les résultats en fonction de la zone d'excitation des bandes photoniques qui est déterminable par la transformée de Fourier du diagramme spatio-temporel.

Excitation en $Q_0 = 0$

Parmi les nombreux résultats obtenus, nous choisissons ceux dont l'excitation spectrale est localisée en $Q_0 = 0$. Le paquet d'ondes de forme gaussienne possède une largeur à mi-hauteur $\sigma \approx 20n$. Nous observons son évolution spatio-temporelle sur la figure 2.12 dans les anneaux U et V . Dans celle-ci, l'expérience (partie droite) est comparée à une simulation (partie gauche). On trouve un bon accord qualitatif entre la simulation et l'expérience, autant dans les diagrammes spatio-temporels que pour les spectres.

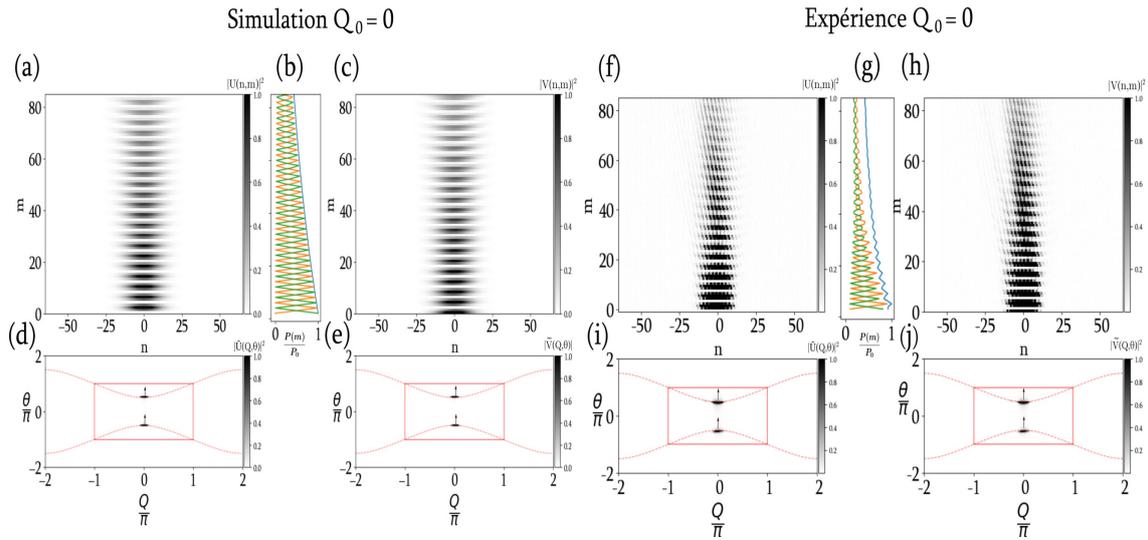


FIGURE 2.12 – **Excitation centrée en $Q_0 = 0$.** Diagrammes spatio-temporels simulés en (a-c) et expérimentaux en (f-h) pour les anneaux U et V . Évolution de la puissance moyenne de U (V) en orange (vert) en (b) et (g) et de leur somme en bleu. Les spectres représentés sur les figures (d-e) et (i-j) sont obtenus par transformées de Fourier à deux dimensions des diagrammes spatio-temporels des figures (a-c) et (f-h).

Pour la simulation, les spectres en (d) et (e) sont obtenus par transformées de Fourier à deux dimensions des diagrammes spatio-temporels représentés en (a) et (c). De même pour l'expérience, avec les spectres en (i) et (j) et les diagrammes spatio-temporels (f) et (h). Les centres de masse des paquets, visible sur les diagrammes spatio-temporels en (a-c) et (f-h), restent centrés en $n = 0$ dans les deux anneaux.

Lorsque l'on observe les spectres, l'excitation des bandes est localisée en $Q = 0$, où la vitesse de groupe est nulle, voir formule (1.11). Cette excitation illumine les deux bandes de la relation de

dispersion analytique (tracées en tirés rouges) en $(Q = 0, \theta_+ = 0.5\pi)$ et $(Q = 0, \theta_- = -0.5\pi)$. Ces deux excitations sont localisées en $Q = 0$ avec un écart de π long de l'axe des quasi-énergies θ . Cet écart donne lieu au battement de période de 4 tours visibles dans le diagramme spatio-temporel. La légère dispersion que l'on aperçoit dans le diagramme spatio-temporel s'explique par la courbure locale de la relation de dispersion non nulle en $Q = 0$.

En ce qui concerne les pertes, nous traçons sur les figures 2.12 (b) et (g), la puissance moyenne $P_U(m)$ en orange, $P_V(m)$ en vert dans chaque anneau, et la puissance totale $P(m) = P_U(m) + P_V(m)$ en bleu par tour dans chaque anneau à l'aide de la formule (2.5). Cette formule concerne l'anneau U mais elle est similaire pour l'anneau V . On peut voir que chaque évolution en puissance oscille et revient à zéro tous les 4 tours.

$$\frac{P_U(m)}{P_0} = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \frac{\|U(n, m)\|^2}{\|U(n, 0)\|^2 + \|V(n, 0)\|^2}, \quad (2.5)$$

Dans l'expérience nous mesurons de faibles pertes (1%) que nous avons incluses dans la simulation.

Excitation en $Q_0 = \pi$

Ici, nous étudions la propagation d'un paquet d'ondes dont la fréquence est centré autour de $Q_0 = \pi$. La figure 2.13 montre que les diagrammes spatio-temporels et les structures de bandes expérimentales et numériques sont similaires.

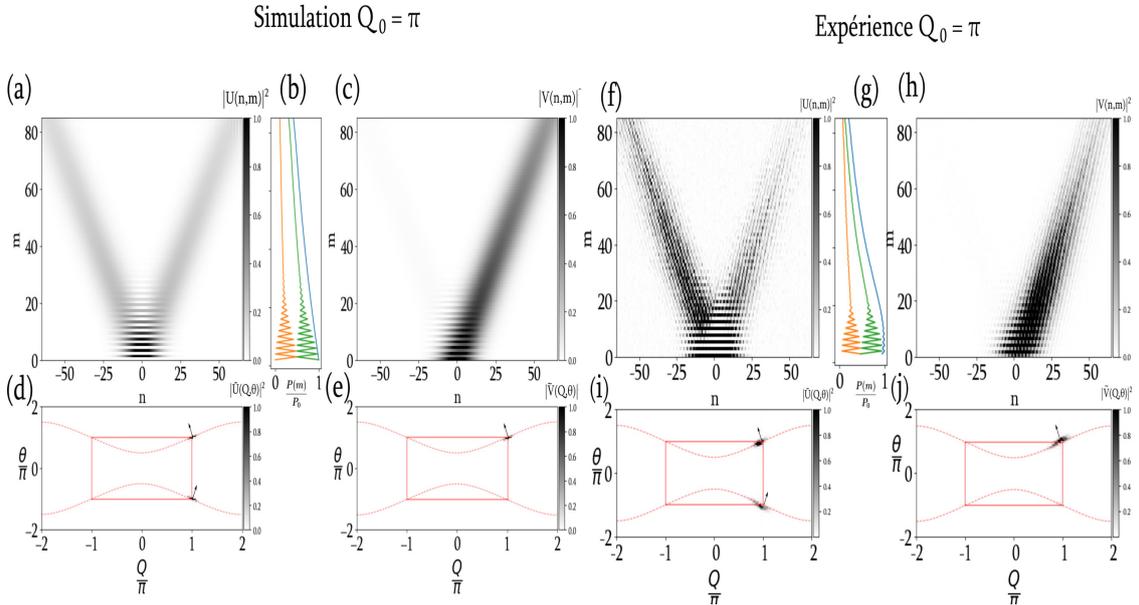


FIGURE 2.13 – **Excitation centrée en $Q_0 = \pi$.** Diagrammes spatio-temporels simulés en (a-c) et expérimentaux en (f-h) pour l'anneau U, V . Évolution de la puissance moyenne de U (V) en orange (vert) en (b) et (g) et de leur somme en bleu. Les bandes photoniques simulées en (d-e) et expérimentales en (i-j) sont obtenues par transformées de Fourier à deux dimensions des diagrammes spatio-temporels (a-c) et (f-h).

Comme évoqué dans la partie simulation, dans l'anneau U , le paquet initialement en $n = 0$ se scinde en deux lors de la propagation. Ces deux sous paquets se séparent suivant une même vitesse

de groupe mais avec une direction opposée.

Dans les spectres \tilde{U} en (d) et (i), nous retrouvons les deux excitations. Les deux bandes sont localement excitées en $Q = \pi$ et la vitesse de groupe est non nulle, et vaut $v_g = \pm 1/\sqrt{2}$, voir formule (1.11). Ces deux excitations sont localisées en $Q = \pi$ avec un écart de 2π le long de l'axe des quasi-énergies θ . Cet écart est lié au battement de période de 2 tours visible dans le diagramme spatio-temporel. Étant donné que les deux excitations possèdent des vitesses de groupe opposées, on peut voir dans les diagrammes spatio-temporels que les paquets interfèrent pendant les premiers 20 tours et ensuite, se séparent n'interfèrent plus. En revanche, dans les spectres \tilde{V} en (e) et (j), l'excitation se porte majoritairement sur une bande (celle du bas). C'est pourquoi, dans les diagrammes spatio-temporels en (c) et (h), le paquet d'ondes se propage principalement dans une direction. Enfin, pour le cas $Q_0 = \pi$ chaque paquet d'ondes ne subit pas de dispersion car la courbure locale est nulle, voir formule (1.12).

Sur les figures 2.13(b) et (g), nous avons tracé les puissances optiques moyennes $P_U(m)$ en orange, $P_V(m)$ en vert et la puissance totale $P(m) = P_U(m) + P_V(m)$ en bleue. Sur celles-ci, on peut voir les interférences entre les deux bandes présentes pendant ~ 20 tours. Puis les oscillations de puissance disparaissent du fait que les paquets n'interagissent plus (profils lisses), mis à part une faible diminution de la puissance optique (de 1%).

Pour résumer cette section, le comportement d'un paquet d'ondes suit la dynamique liée à l'excitation locale de la relation de dispersion. Cette relation de dispersion comporte deux bandes symétriques qui lorsqu'elles sont excitées localement, donnent aux paquets d'ondes une vitesse de groupe et une dispersion déterminées.

Le système a été étudié dans des conditions dans lesquelles un paquet d'ondes est injecté dans un seul des deux anneaux. Cela donne lieu à l'excitation simultanée des deux bandes photoniques. Nous avons présenté une vue complète du système via les diagrammes spatio-temporels et les spectres de la lumière dans les deux anneaux. Le dispositif expérimental reproduit correctement la physique du modèle analytique présenté au paragraphe 1.2.

2.4 Conclusion

L'étude portée dans ce chapitre avait pour objectif de réaliser un système de double anneau dans lequel :

1. Une impulsion initiale peut réaliser un nombre de tours d'anneau conséquent. Cela a été effectué par l'emploi de pré-ampli pour combler les pertes présentes dans les deux anneaux. Nos expériences permettent de contrôler et de maintenir la propagation du signal lumineux pendant un nombre de tours suffisant.
2. Les effets de polarisation sont maîtrisés. Dans notre travail expérimental, l'utilisation de fibre à maintien de polarisation, dans tout le dispositif expérimental assure en particulier une bonne visibilité du battement avec l'onde de référence.
3. La structure de bandes photoniques peut être observée en une seule mesure. Grâce aux

dimensions courtes du dispositif et à l'utilisation d'un procédé de mesure de phase, nous observons la répartition de l'énergie spectrale en une seule mesure. Du point de vue des performances, cette observation est plus poussée que les travaux précédemment réalisés dans la littérature [98] [12].

Ces objectifs sont réalisés à la fois pour le cas d'une impulsion courte pour la résolution de la réponse impulsionnelle, pour lequel nous obtenons le spectre complet des bandes photoniques ; et pour le cas d'un paquet d'ondes pour lequel nous observons une partie de ces bandes.

L'étude expérimentale que nous avons menée constitue à notre connaissance la première dans laquelle une observation précise du spectre instantané à deux dimensions a été réalisée pour le double anneau. L'efficacité de ce dispositif ne réside pas seulement dans l'observation de la forme des bandes photoniques mais aussi dans la mesure de la répartition de l'énergie dans les différents modes spectraux. Dans le prochain chapitre, nous parachèverons l'analyse de la structure des bandes photoniques par une mesure détaillée de la répartition spectrale de l'énergie sur les modes propres du système.

Caractérisation des bandes photoniques pour la mesure des états propres

Dans le chapitre précédent nous avons mentionné que notre dispositif expérimental permet non seulement une mesure de la structure des bandes photoniques mais aussi la mesure des états propres du système. Nous allons voir dans ce chapitre que l'information spectrale sur les bandes permet de remonter aux états propres.

Dans un premier temps, nous reviendrons sur les résultats expérimentaux obtenus sur la réponse impulsionnelle du système pour l'anneau U mais aussi pour l'anneau V . Ensuite, nous détaillerons le processus de caractérisation des états propres du système avec une description de la mesure de la puissance et de la phase spectrale dans les bandes photoniques. Dans un troisième temps, nous donnerons une mesure expérimentale des états propres du système et nous finirons par tester la robustesse des états propres en présence d'effets dissipatifs.

3.1 Analyse de la structure des bandes photoniques

Dans cette partie, nous résumons brièvement les résultats obtenus lors de l'étude de la réponse impulsionnelle du système.

La figure 3.1 (a) montre le diagramme spatio-temporel associé à la réponse impulsionnelle de l'anneau U et la figure 3.1 (c) montre celui de l'anneau V pour une injection sur un site dans l'anneau V . Les figures 3.1 (b) et (d) sont les transformées de Fourier à deux dimensions (TF2D) des diagrammes spatio-temporels U en (a) et V en (c). Dans le chapitre 1, nous avons déjà évoqué la différence de symétrie entre les bandes dans les anneaux U et V ; pour l'anneau U , le profil de la répartition de l'énergie dans les bandes est symétrique tandis qu'il est asymétrique dans l'anneau V . La propagation des impulsions lumineuses dans le diagramme spatio-temporel de la figure 3.1 (c) prend une direction privilégiée.

Cette asymétrie est due à l'injection de la condition initiale dans l'anneau V . Le caractère symétrique (ou asymétrique) du diagramme spatio-temporel se retrouve dans la structure des bandes

spectrales associées. Cette structure est déterminée par les états propres du système dont nous avons donné l'expression dans l'équation (1.14). À travers une analyse des bandes photoniques de la réponse impulsionnelle du système nous montrons que nous pouvons mesurer ces états propres.

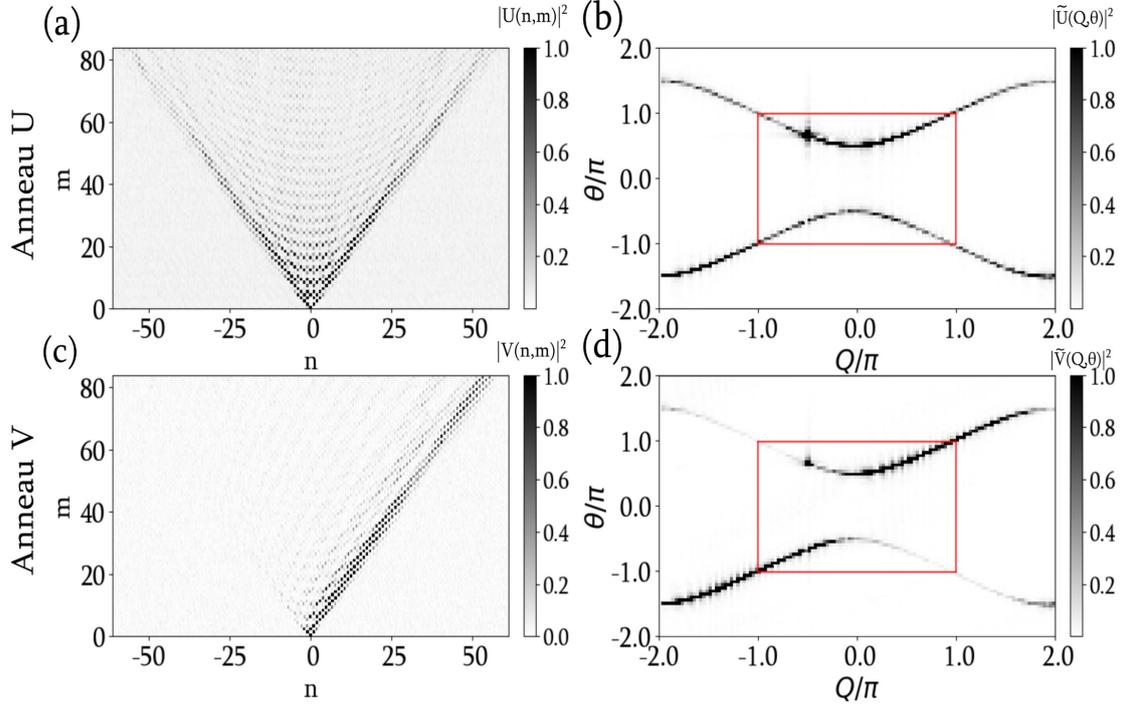


FIGURE 3.1 – **Expérience** : Diagramme spatio-temporel montrant la réponse impulsionnelle de l'anneau U en (a) et de l'anneau V en (c). Transformée de Fourier à deux dimensions du champ mesuré dans l'anneau U en (b) et dans l'anneau V en (d).

3.2 Caractérisation de la répartition spectrale de l'énergie dans le système

Dans cette partie, nous développerons une méthode de mesure des distributions spectrales de la puissance et de la phase à partir de la simulation pour ensuite l'appliquer aux résultats expérimentaux.

3.2.1 Reconstruction du profil de la puissance et de la phase spectrale

Nous nous plaçons dans le cas de la réponse impulsionnelle, comme elle a été mesurée dans le chapitre 2. Lorsque que l'on injecte une impulsion courte dans l'un des deux anneaux, l'énergie de l'impulsion initiale excite l'ensemble des modes propres du système.

La méthode de mesure des états propres repose sur deux mesures spectrales le long de l'axe Q . D'une part, nous mesurons la distribution spectrale de la puissance et d'autre part la distribution spectrale de la phase. Pour simplifier la démarche, nous nous contentons, de détailler le processus seulement pour un seul des deux vecteurs propres lié à l'une des deux bandes. Ainsi, nous faisons la

description du vecteur propre $|\Psi_-(Q)\rangle$, correspondant à la bande inférieure. Ensuite, nous donnerons directement le résultat pour l'autre état propre $|\Psi_+(Q)\rangle$.

La mesure de la distribution spectrale de la puissance consiste à sommer toutes les contributions verticales autour de chaque maximum d'une bande. Ainsi, la distribution spectrale de la puissance dans la bande U s'écrit :

$$P_U(Q) = \frac{1}{2\Delta\theta} \int_{\theta_+(Q)-\Delta\theta}^{\theta_+(Q)+\Delta\theta} |\tilde{U}(Q, \theta)|^2 d\theta. \quad (3.1)$$

Dans l'équation (3.1), nous donnons le calcul de la puissance spectrale de l'anneau U pour une bande; on peut voir que la somme concerne la variable θ sur une largeur $2\Delta\theta$.

Sur la figure 3.2 (a), nous traçons le spectre de puissance $|\tilde{U}(Q, \theta)|^2$ issu de la simulation. Une vue sur la bande du bas est tracée sur la figure 3.2 (b). Sur celle-ci, nous traçons en pointillés bleus la région dans laquelle nous intégrons les contributions verticales. La répartition du profil de la puissance spectrale de la bande inférieure du spectre de l'anneau U est tracée en bleu sur la figure 3.2 (c).

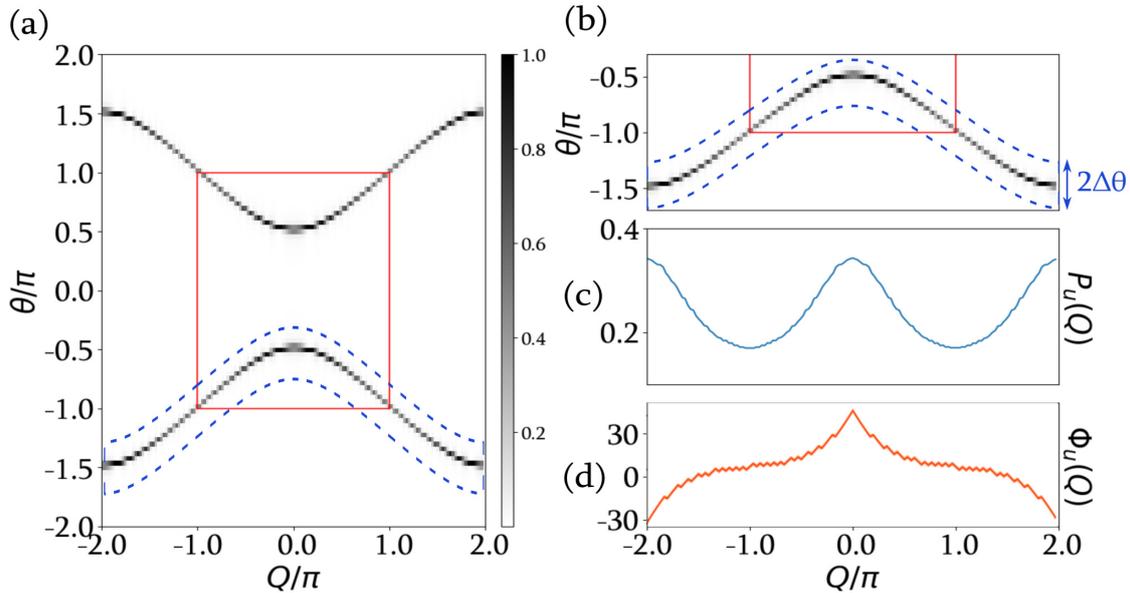


FIGURE 3.2 – **Simulation** : (a) Spectre optique de l'anneau U , et en (b) la bande inférieure. (c) Profil de la répartition de la puissance spectrale de la bande inférieure. (d) Profil de l'évolution de la phase spectrale.

Maintenant, nous considérons les parties réelles et imaginaires de chaque composante obtenue dans le spectre par la transformée de Fourier à deux dimension. Nous extrayons l'argument des valeurs maximales de la bande le long de l'axe Q . Les positions des valeurs maximales sont définies par le maximum de densité spectrale d'énergie : $\theta_-(Q) = \max(|\tilde{U}(Q, \theta)|^2, \theta < 0)$. Sur ces positions, nous mesurons la distribution de phase spectrale comme étant l'argument du mode de Fourier :

$$\phi_U(Q) = \text{Arg}(\tilde{U}(Q, \theta_+(Q))). \quad (3.2)$$

Sur la figure 3.2 (c) nous traçons en pointillés oranges le profil de la phase $\phi_U(Q)$.

Maintenant que nous avons vu la méthode pour la mesure des composantes spectrales sur les simulations, nous allons utiliser celle-ci sur les résultats expérimentaux obtenus dans le chapitre 2 et nous décrirons leurs proportions.

3.2.2 Mesures expérimentales de la puissance et de la phase des composantes spectrales

Nous verrons par la suite que la mesure des vecteurs propres nécessite une mesure des profils spectraux dans les spectres \tilde{U} et \tilde{V} . C'est pourquoi, nous considérons les résultats expérimentaux pour les deux anneaux, ainsi que leur simulation numérique associée suite à une injection localisée de la lumière dans l'anneau V . Nous nous intéressons à la bande inférieure de l'anneau U , puis à celle de l'anneau V .

Anneau U

Sur la figure 3.3, nous traçons les résultats expérimentaux et numériques pour l'anneau U . Sur les figures 3.3 (a) et (d), nous reprenons les spectres optiques à partir desquels nous allons mesurer les composantes spectrales de la bande inférieure.

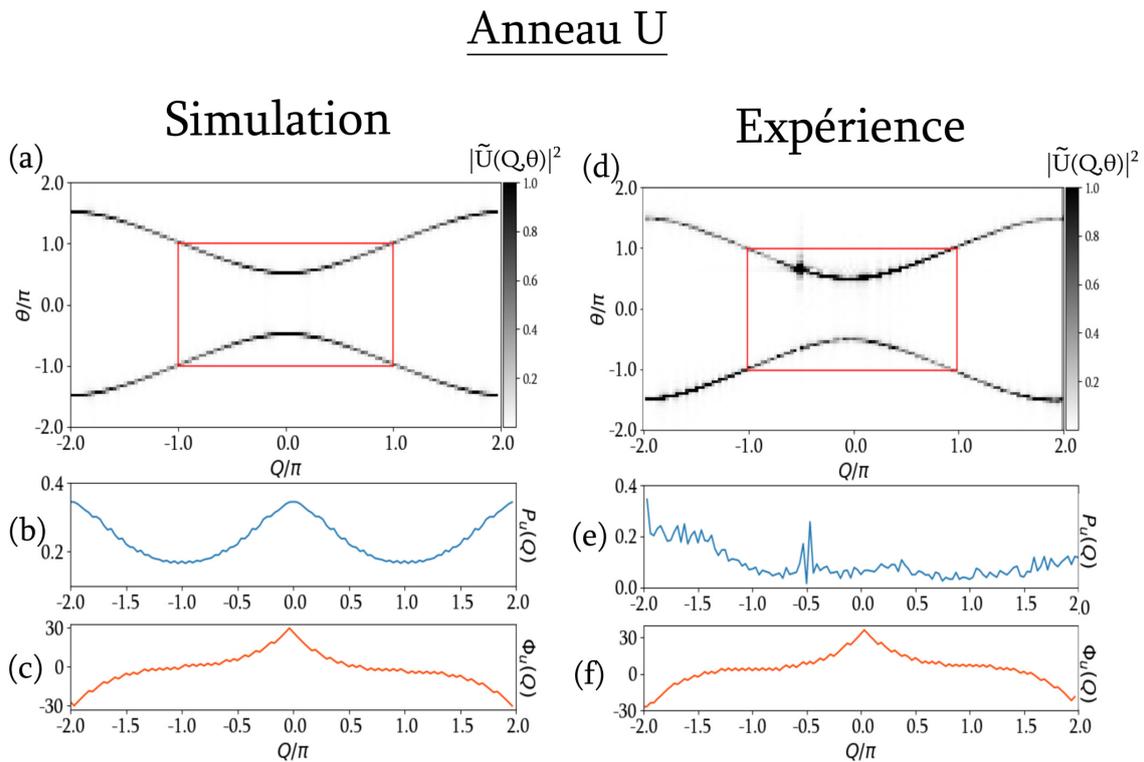


FIGURE 3.3 – **Simulation** (a) Spectre optique numérique de l'anneau U . En (b) la distribution de la puissance spectrale; et en (c) la distribution de la phase pour la bande inférieure.

Expérience (d) Spectre optique expérimental de l'anneau U . En (e) la distribution de la puissance spectrale; et en (f) la distribution de la phase pour la bande inférieure.

L'évolution de la puissance spectrale de la bande inférieure $P_U(Q)$ est tracée en bleu sur la figure 3.3 (b) pour la simulation et en (e) pour l'expérience. On voit que la distribution numérique en (b) est symétrique autour de $Q = 0$. Le profil expérimental en (e) ne correspond pas à la simulation. Ce dernier montre un profil plutôt plat et bruité.

Rappelons que dans l'expérience nous n'injectons pas exactement la condition initiale utilisée dans la simulation. Le champ électrique dans la simulation est choisi de façon à exciter un seul site n (sur un seul point) avec une intensité et une phase donnée. En revanche, dans l'expérience, notre impulsion de départ ne possède pas un tel niveau d'exactitude. En effet, dans notre dispositif, l'impulsion créée possède une certaine largeur et ses bords ne sont pas francs. Cette impulsion a un spectre différent de celui de l'impulsion de la simulation. D'autre part, le profil de la phase du champ à l'injection n'est pas contrôlé. Sans pouvoir le mesurer, nous pouvons supposer que celui-ci possède aussi un profil non constant et impose un biais dans l'excitation du système. En conséquence, la densité spectrale de puissance de l'impulsion initiale n'est pas uniforme, contrairement à la simulation numérique. Cependant, nous verrons par la suite que les états propres du système expérimental sont bien ceux du système décrit par les équations (1.14).

Les distributions de phases spectrales pour la bande inférieure du spectre $\tilde{U}(Q, \theta)$ sont tracées en orange sur la figure 3.3 (c) pour la simulation et sur la figure 3.3 (f) pour l'expérience. On voit que la phase expérimentale mesurée entreprend une évolution sur ~ 60 radians. À l'inverse du profil de puissance, on peut voir que ces profils expérimentaux de la phase sont similaires à ceux de la simulation.

Anneau V

De manière analogue, nous poursuivons l'analyse de la bande inférieure pour l'anneau V . Sur les figures 3.4 (b) et (e), nous voyons que le caractère asymétrique de l'anneau V est présent dans la distribution de puissance spectrale. Une répartition importante de l'énergie se trouve sur la partie négative de l'axe Q . Cela est clairement visible dans les spectres des figures 3.4 (a-b), où le niveau de couleur indique une asymétrie (la bande inférieure est peuplée à gauche et la bande supérieure sur la droite).

Tout comme celle de \tilde{U} , la répartition de la puissance expérimentale observée n'est pas conforme à la simulation. La répartition de la puissance numérique prend une forme voutée autour de $Q = -\pi$ en (b). En revanche, celle de l'expérience connaît un pic à $Q \approx -1.5\pi$ en (e).

En ce qui concerne la distribution de phase spectrale, la mesure de la phase dans le spectre $\tilde{V}(Q, \theta)$ en figure 3.4 (f), s'étend aussi sur ~ 60 radians. La simulation sur la figure 3.4 (c) confirme aussi ce comportement.

Les mesures expérimentales des phases spectrales $\tilde{U}(Q, \theta)$ et $\tilde{V}(Q, \theta)$ reproduisent remarquablement la répartition spectrale de la phase issue de la simulation. Cela confirme que la mesure de phase avec notre procédé expérimental est possible et offre une grande précision. Les différences observées dans les répartitions de la puissance spectrale sont rediscutées dans la prochaine partie. Nous verrons que le rapport entre les puissances spectrales mesurés dans les anneaux U et V est bien identique à celui donné par le modèle.

Anneau V

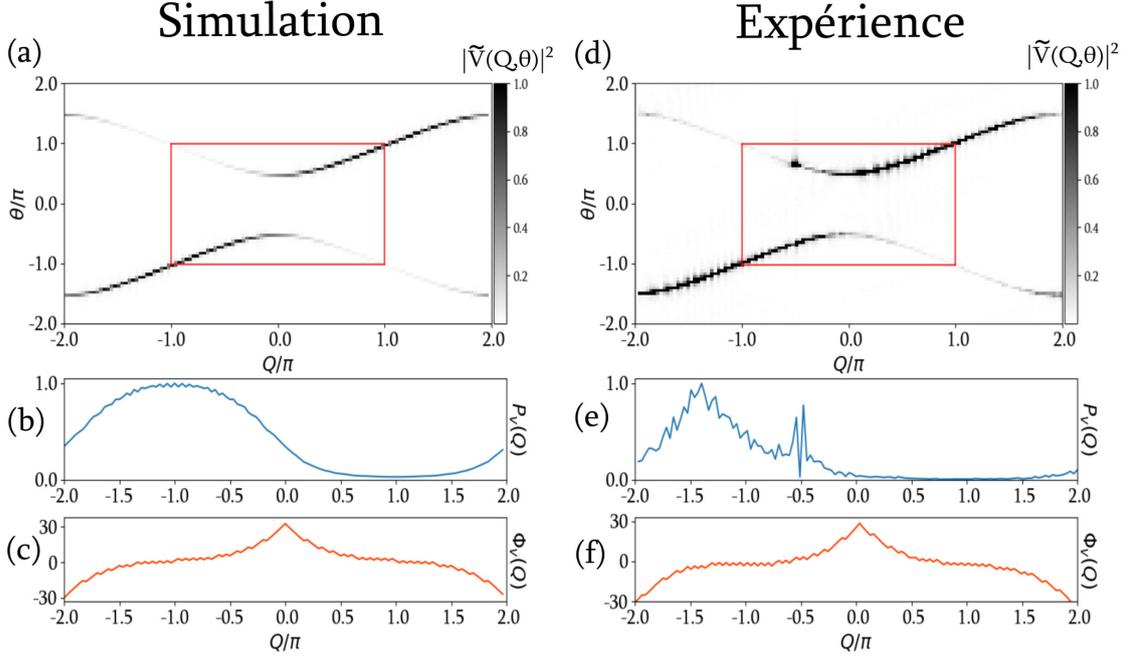


FIGURE 3.4 – **Simulation** (a) Spectre optique numérique de l’anneau V. En (b) la distribution de la puissance spectrale; et en (c) la distribution de la phase pour la bande inférieure.

Expérience (d) Spectre optique expérimental de l’anneau V. En (e) la distribution de la puissance spectrale; et en (f) la distribution de la phase pour la bande inférieure.

Notons que la démarche décrite pour la bande inférieure de la relation de dispersion peut aussi être faite pour la bande supérieure.

3.3 Caractérisation des états propres du système

En considérant l’injection d’une impulsion dans un anneau, les équations couplées du système (1.6) donnent non seulement la relation de dispersion (1.10) mais aussi le rapport entre les amplitudes complexes des modes propres du double anneau, voir l’annexe A. À partir de la méthode présentée plus haut, nous allons utiliser les profils de la puissance et de la phase mesurés dans les deux spectres pour reconstruire les états propres du système.

3.3.1 Forme analytique et numérique des états propres

Commençons par définir les états propres du système. Dans le cadre de la résolution analytique du système, faite au chapitre 1, nous avons utilisé le théorème de Floquet-Bloch (1.9) pour obtenir la relation de dispersion du système (1.10). Nous avons vu que la relation de dispersion sous tend deux valeurs propres : $\theta_{\pm}(Q)$. Ici, nous reprenons les expressions (1.14) et redéfinissons les vecteurs propres $|\Psi_{\pm}(Q)\rangle$ définis par : $H|\Psi_{\pm}(Q)\rangle = \theta_{\pm}(Q)|\Psi_{\pm}(Q)\rangle$ où $H(t+T) = H(t)$ représente l’Hamiltonien du système. D’une manière générale, ces vecteurs propres peuvent s’écrire :

$$|\Psi_{\pm}(Q)\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + |R_{\pm}(Q)|^2}} \begin{pmatrix} e^{i\Delta\phi_{\pm}(Q)} \\ |R_{\pm}(Q)| \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

$$R_{\pm} = \frac{V_{\pm}}{U_{\pm}} = \frac{i}{\sqrt{2} e^{iQ/2} e^{i\theta_{\pm}/2} - 1}, \quad (3.4)$$

$R_{\pm}(Q)$ représente le rapport des amplitudes complexes (\pm pour la bande supérieure ou inférieure) et $\Delta\phi_{\pm}(Q) = \text{Arg}[R_{\pm}(Q)]$ l'argument de ce rapport.

Dans la méthode décrite précédemment, nous nous sommes intéressés à la bande inférieure de la relation de la dispersion, ceci nous permet d'analyser le rapport $R_{-}(Q)$. Dans la description suivante, nous regardons d'une part la répartition spectrale de la puissance $|R_{-}(Q)|^2$ et d'autre part, la répartition spectrale de la phase $\text{Arg}[R_{-}(Q)]$. Nous traçons ces répartitions sur la figure 3.5, notons que cette description s'étend au delà de la zone de Brillouin ($[-\pi; \pi]$) car l'observation que nous faisons peut être faite dans l'expérience entre $[-2\pi; 2\pi]$, voir les explication dans le paragraphe 1.3.2. Les répartitions de puissance sont tracées en pointillés rouges pour le profil analytique ($|R_{-}(Q)|^2$, voir l'équation (3.4)) et en traits pleins rouges pour la simulation ($P_{V_{-}}(Q)/P_{U_{-}}(Q)$). Les répartitions analytiques de la phase sont tracées en pointillés bleus ($\text{Arg}[R_{-}(Q)]$, voir l'équation (3.4)) et en points verts pour la simulation ($\Delta\phi_{-}(Q)$). La simulation reprend le modèle de la réponse impulsionnelle sans pertes.

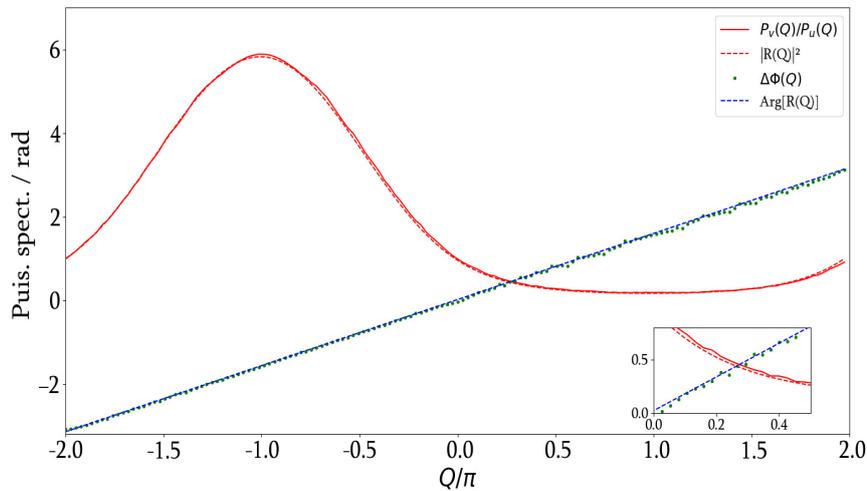


FIGURE 3.5 – **Rapport numérique R_{-} pour la bande inférieure.** Répartition de la puissance spectrale analytique en pointillés rouges et numérique en traits pleins rouges. Répartition de la phase spectrale analytique en bleu et numérique en points verts.

Les résultats numériques sont très proches de la forme analytique. Le rapport des puissances spectrales en rouge atteste une forte asymétrie. Celle-ci vient de l'asymétrie déjà présente dans les bandes du spectre de \tilde{V} . Nous constatons que le vecteur propre possède une plus forte proportion d'énergie sur la gauche (pour l'état propre $|\Psi_{-}\rangle$)¹. La mesure de l'évolution de la phase spectrale en

1. Pour l'autre état ($|\Psi_{+}\rangle$) l'asymétrie sera identique mais elle se trouvera sur la droite.

ronds verts suit la forme analytique $\text{Arg}(R_-(Q)) = Q/2$ tracée en pointillés bleus.

On peut noter de légères différences entre la simulation et la forme analytique (voir zoom sur la figure 3.5), imputables au nombre fini de pas temporels de la simulation. En effet, la résolution numérique possède un spectre discret dont l'énergie est étalée verticalement. Pour correspondre parfaitement à la forme analytique, l'intégrale de la puissance spectrale devrait englober une région plus grande.

3.3.2 Reconstruction des états propres expérimentaux

Pour la mesure expérimentale, nous reprendrons les profils des composantes spectrales individuels mesurés et nous appliquerons le calcul de leur rapport comme nous l'avons expliqué au dessus. Nous présenterons les profils expérimentaux des distributions spectrales individuels du vecteur propre $|\Psi_-\rangle$, puis ceux du vecteur propre $|\Psi_+\rangle$.

Mesure du vecteur propre $|\Psi_-\rangle$

Sur la figure 3.6 (a) nous retraçons les distributions de puissances spectrales expérimentales pour les deux spectres (en bleu pour P_{V_-} et en orange pour P_{U_-}) pour les bandes inférieures. Les figures 3.6 (a-b), représentent les distributions de la phase et de la puissance spectrale mesurées dans l'expérience et déjà représentées précédemment sur les figures 3.3 (e-f) et 3.4 (e-f).

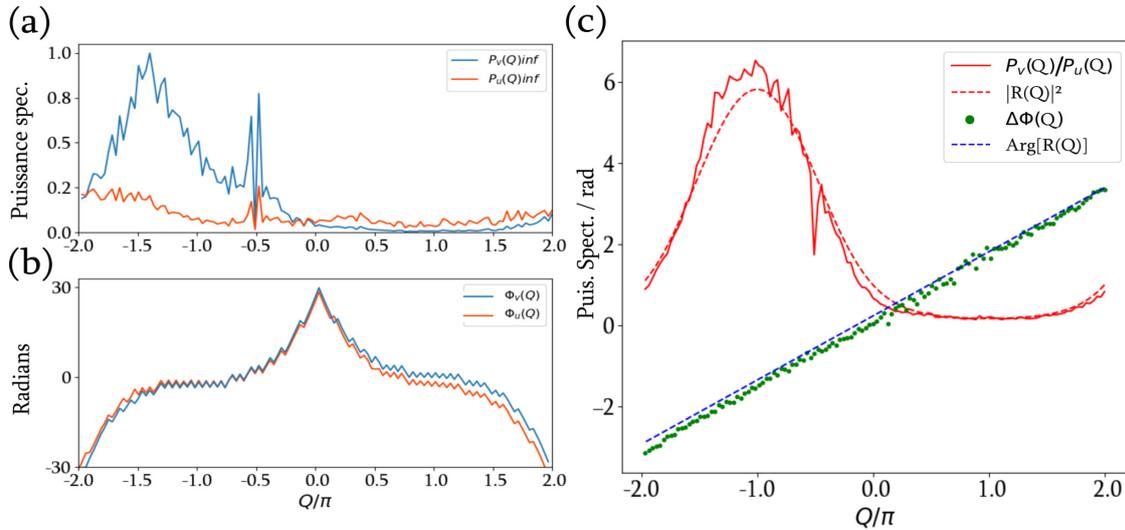


FIGURE 3.6 – (a) Distribution des puissances spectrales de la bande inférieure du spectre $\tilde{U}(Q, \theta)$ en orange et du spectre $\tilde{V}(Q, \theta)$ en bleu. La distribution de $\tilde{U}(Q, \theta)$ possède un profil symétrique tandis que celui de $\tilde{V}(Q, \theta)$ possède un profil prononcé à gauche. (b) Distribution de phase spectrale de la bande inférieure pour le spectre $\tilde{U}(Q, \theta)$ en orange et $\tilde{V}(Q, \theta)$ en bleu, les deux courbes s'étendent sur 60 radians. (c) Le rapport des distributions des puissances analytiques $|R_-(Q)|^2$ est tracé en pointillés rouges et le rapport expérimental $P_{V_-}(Q)/P_{U_-}(Q)$ en traits pleins rouges, le rapport de la distribution de la phase expérimentale $\Delta\phi^{exp}(Q)$ est tracé en ronds verts et l'argument analytique de R_- en pointillés bleus.

La figure 3.6 (c) montre le rapport $P_{V_-}(Q)/P_{U_-}(Q) = |R_-(Q)|^2$ de puissance entre les états propres mesurés, ainsi que la différence de phase entre ces états propres. Malgré des profils individuels expérimentaux montrant des différences avec le modèle, leur rapport expérimental (en traits pleins

rouge) suit le modèle analytique (en tirés rouges). Celui-ci comporte une forte distribution autour de la valeur $Q = -\pi$ et une quasi absence autour de $Q = \pi$, signe d'une forte asymétrisation de la répartition en énergie le long de Q , voir l'équation (3.4). On peut noter une perturbation sur la position $Q = -0.5\pi$ due à la présence de l'oscillateur local. Celle-ci reste minoritaire parmi tous les points de mesures.

La différence de phase mesurées entre les états propres $\Delta\phi^{exp}(Q) = \phi_{V_-}(Q) - \phi_{U_-}(Q)$ suit avec une bonne précision le profil analytique en bleu sur la figure 3.6 (c). Cette mesure de phase confirme que notre dispositif expérimental est capable de mesurer de manière très précise l'évolution de la phase.

Mesure du vecteur propre $|\Psi_+\rangle$

Nous reportons ici les mesures faites pour l'autre vecteur propre $|\Psi_+\rangle$ associé à la bande supérieure.

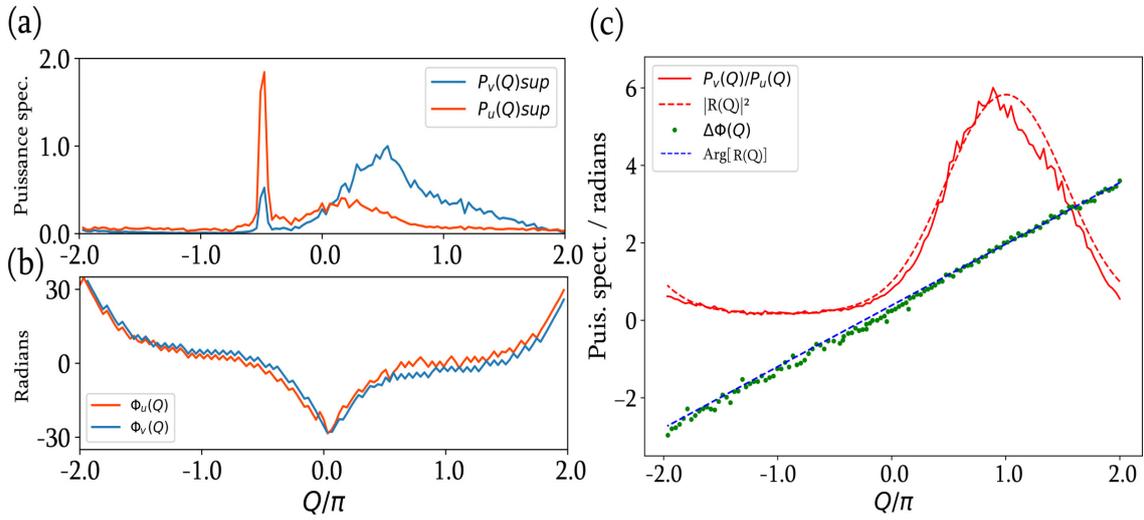


FIGURE 3.7 – (a) Distribution des puissances spectrales de la bande supérieure du spectre $\tilde{U}(Q, \theta)$ en orange et du spectre $\tilde{V}(Q, \theta)$ en bleu. La distribution de $\tilde{U}(Q, \theta)$ possède un profil symétrique tandis que celui de $\tilde{V}(Q, \theta)$ possède un profil prononcé à droite. (b) Distribution de phase spectrale de la bande supérieure pour le spectre $\tilde{U}(Q, \theta)$ en orange et $\tilde{V}(Q, \theta)$ en bleu, les deux courbes s'étendent sur 60 radians. (c) Le rapport des distributions des puissances analytiques $|R_+(Q)|^2$ est tracé en pointillés rouges et le rapport expérimental $P_{V_+}(Q)/P_{U_+}(Q)$ en traits pleins rouges, le rapport de la distribution de phase expérimentale $\Delta\phi_+^{exp}(Q)$ est tracé en ronds verts et l'argument analytique de $R_+(Q)$ en pointillés bleus.

La figure 3.7 montre les profils individuels de la distribution spectrale de la puissance en (a) et de la phase en (b); leur rapport est tracé en (c). Cette fois-ci l'asymétrie de la distribution de puissance en (a) est présente sur la droite en $Q = \pi$. Sur les profils individuels sur la figure 3.7(a), on remarque une valeur importante, autour de $Q = -0.5\pi$. Celle-ci provient de la présence de l'oscillateur local. Les profils de distribution de la phase sur la figure 3.6 (b) s'étendent sur ~ 60 radians tout comme les profils de la phase pour les bandes inférieures.

La mesure du vecteur propre $|\Psi_+\rangle$ en (c) s'obtient par les rapports des profils individuels. Le rapport expérimental des puissances $P_{V_+}(Q)/P_{U_+}(Q)$ suit la forme analytique $|R_+(Q)|^2$ et le rapport des phases $\Delta\phi_+^{exp}(Q)$ est toujours bien établi autour de l'argument de $R_+(Q)$.

3.3.3 Influence des pertes sur les états propres

On peut se demander si les pertes du système expérimental ont un impact sur les distributions spectrales des états propres. À l'aide d'une simulation, nous testons la robustesse des états propres donnés par la relation (3.3) en présence de pertes. Cette simulation reprend les conditions d'excitation précédentes avec l'injection d'une impulsion courte dans l'anneau V . Nous ajoutons dans la simulation des pertes en puissance à chaque tour de l'ordre de $\alpha = 5\%$ dans les deux anneaux (voir les équations (3.5)), et nous analysons leur impact par rapport à la forme analytique calculée pour un système non dissipatif.

$$u_n^{m+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_{n+1}^m + iv_{n+1}^m)e^{-\frac{\alpha}{2}} \quad (3.5a)$$

$$v_n^{m+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(iu_{n-1}^m + v_{n-1}^m)e^{-\frac{\alpha}{2}}. \quad (3.5b)$$

Nous voyons sur la figure 3.8, les distributions de puissance spectrale analytiques $|R_-(Q)|^2$ en pointillés rouges et celle de la simulation en traits pleins rouges $P_V(Q)/P_U(Q)$. On peut noter que la distribution de puissance de la simulation (comportant des pertes) subit une légère modification. Celle-ci se trouve, de manière générale, au dessus de la forme analytique (voir le zoom) tout en conservant la même forme globale. On peut faire le lien avec les résultats expérimentaux où le rapport $R_-(Q)$ est lui aussi, par endroit, au dessus de la forme analytique ; signe de la présence des effets dissipatifs dans notre expérience.

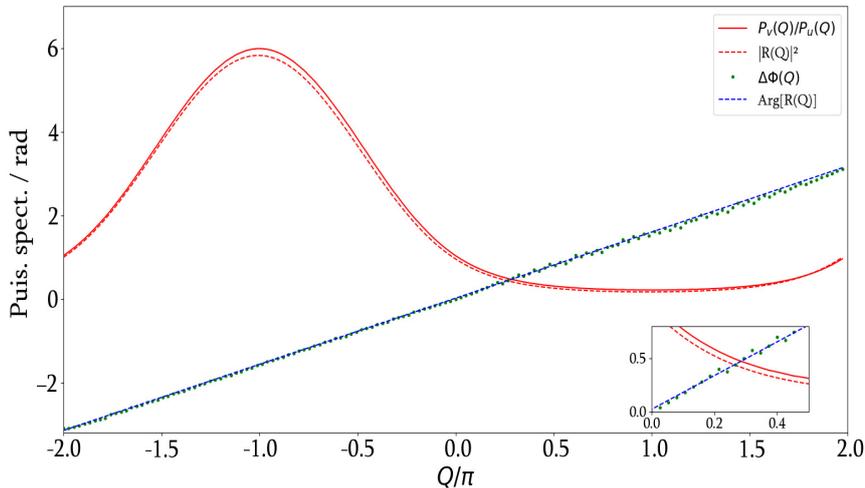


FIGURE 3.8 – Simulation numérique des distributions de la puissance pour la bande inférieure du spectre $\tilde{U}(Q, \theta)$ en traits pleins rouges et de la distribution de la phase en ronds verts. Les courbes analytiques pour la distribution de la puissance sont tracées en pointillés rouges et la distribution de la phase en pointillés bleus. La différence observée entre le profil de puissance de la simulation et de l'analytique provient des pertes de $\alpha = 5\%$ ajoutées dans la simulation.

Ensuite, nous observons les distributions de la phase de la simulation en ronds verts et de

l'analytique en pointillés bleus. Ces deux distributions de la phase sont tout autant proche l'une de l'autre malgré la présence de pertes. Contrairement au rapport de puissance, la distribution spectrale de la phase de la simulation ne semble pas subir les effets dus à la perte de puissance. Cela est aussi vérifié dans l'expérience où la répartition spectrale de la phase suit parfaitement la forme analytique.

3.4 Conclusion

La mesure des vecteurs propres expérimentaux en amplitude et en phase est un résultat rarement observé. A notre connaissance, une telle étude expérimentale dans laquelle l'intégralité des composantes complexes du réseau est précisément mesurée n'a jamais été réalisée. Cette mesure ouvre la possibilité de décrire pleinement l'état propre du système mais elle ouvre surtout la possibilité de mesurer à l'avenir des propriétés topologiques des réseaux photoniques réalisés à partir de boucles fibrées, sur le principe de multiplexage temporel. En effet, à partir des vecteurs propres, nous pouvons, par exemple, dériver ceux-ci pour mesurer la courbure de Berry [12], ou encore la phase de Zak [99].

Malgré une légère altération de la répartition de la puissance spectrale lorsque le système subit des effets de dissipation, la conservation de sa forme globale et la robustesse du profil de la phase spectrale permettent de conclure que les états propres du réseau photonique sont robustes à la présence d'effets dissipatifs à caractère perturbatif.

Dans le prochain chapitre, nous montrerons que l'utilisation du modulateur de phase permet de contrôler la forme de la structure des bandes photoniques. Nous expliquerons qu'une modulation de phase périodique peut provoquer un rapprochement des deux bandes photoniques. Une autre application de ce modulateur de phase sera présentée, nous décrirons un mécanisme de sélection de la répartition de l'énergie spectrale sur une seule bande photonique.

Contrôle de la structure de bande par modulation de phase

Dans la description du système effectuée au chapitre 1, un terme de phase est présent dans l'équation (1.10). Cette phase exprime la possibilité d'appliquer une modulation de phase sur le signal lumineux dans le double anneau. L'effet de cette modulation de phase peut être divers. Par exemple, l'application d'une modulation de phase linéaire tour à tour permet l'obtention d'oscillations de Bloch [25]; une perturbation de phase locale sur un site n peut créer un défaut sur lequel la lumière reste piégée [87]; ou encore, la modulation de phase peut jouer le rôle de potentiel [14].

Dans un premier temps, nous verrons que lorsque cette modulation de phase est périodique dans le temps, alors la structure entière des bandes photoniques est modifiée. Grâce au processus d'observation de la structure des bandes développé dans la partie 2.2.2, nous allons voir les répercussions spectrales de cette modulation et explorer différentes structures des bandes. Dans un second temps, nous verrons que nous pouvons contrôler l'excitation du système de manière à sélectionner l'une des deux bandes.

Nous commencerons par modéliser la modulation de phase périodique dans le double anneau puis nous montrerons les structures de bandes obtenues lors de diverses réalisations expérimentales. Enfin, nous proposerons une manière de sélectionner l'une des deux bandes.

4.1 Modélisation du système soumis à une modulation de phase périodique

Dans cette section, nous considérons la possibilité de contrôler la forme des bandes photoniques. Cela peut se réaliser par l'introduction d'un potentiel périodique dans le réseau via l'utilisation d'un modulateur de phase, voir l'élément violet dans le schéma 4.1. Nous discuterons des changements dans la dynamique spatio-temporelle de la lumière mais aussi de la déformation des bandes photoniques.

4.1.1 Mise en forme du signal

La modulation de phase périodique que nous mettons en place dans le double anneau ne s'applique que dans un seul des deux bras du réseau, comme le montre la figure 4.1 (cercles violets). Seul les bras verts pointant vers la gauche sont modulés en phase. Ainsi, le modulateur de phase est placé dans l'anneau U et n'agira que dans celui-ci, voir le schéma expérimental 2.5.

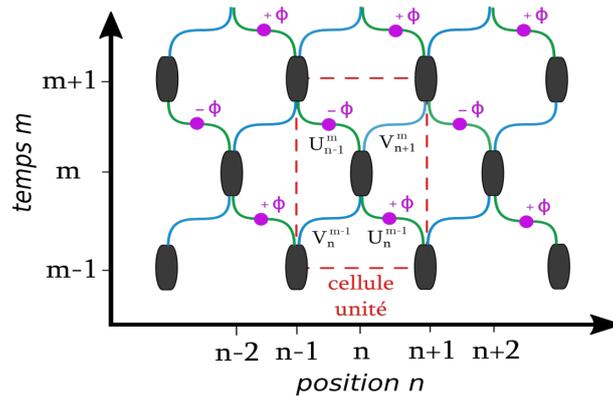


FIGURE 4.1 – Vue schématique du réseau soumis à une modulation de phase (cercles violets) dans le bras correspondant à l'anneau U . La cellule unité est délimitée en tirets rouges.

Le modulateur de phase permet d'appliquer un déphasage contrôlé sur le champ optique. La valeur du déphasage est maintenue pendant le temps d'un tour d'anneau (\bar{T}). Dans cette section, les profils de phase se présentent sous forme de potentiels périodiques alternant entre deux valeurs différentes à chaque pas de temps m [12]. Mathématiquement, l'opération effectuée s'écrit :

$$\phi(m) = \begin{cases} \phi & \text{si } m \text{ est pair} \\ -\phi & \text{sinon.} \end{cases}$$

On peut visualiser le signal temporel de la modulation de phase sur la schéma 4.2. On voit que, pendant le temps d'un tour d'anneau \bar{T} , le modulateur de phase applique un déphasage constant d'une amplitude ϕ dont le signe change tour à tour.

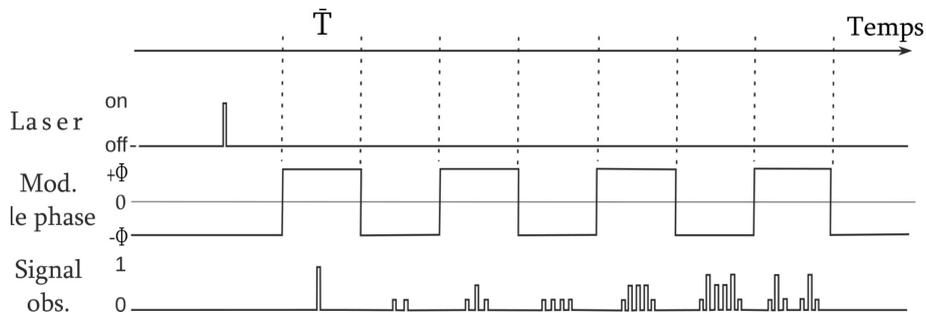


FIGURE 4.2 – Signaux temporels utilisés pour générer la modulation de phase. Une impulsion est générée par le laser, puis le modulateur de phase impose un déphasage d'amplitude ϕ dont le signe change périodiquement tour à tour.

4.1.2 Modification de la relation de dispersion

Nous reprenons les équations couplées du système (1.6) et nous utilisons la solution de Floquet-Bloch (1.9) pour obtenir la relation de dispersion pour $\phi \neq 0$, celle-ci s'écrit :

$$\cos \theta = \frac{1}{2}(\cos Q - \cos \phi). \quad (4.1)$$

La modulation de phase périodique va alors redéfinir la structure de bande. Ainsi, la vitesse de groupe v_g et la dispersion du signal lumineux seront modifiées. Sur la figure 4.3, nous traçons les relations de dispersion pour différentes valeurs de ϕ ; en (a) pour $\phi = 0$, (b) $\phi = \pi/2$ et (c) $\phi = \pi$. Pour chacune d'elles nous traçons les vitesses de groupe associées en (d) en (e) et en (f). Sur la figure

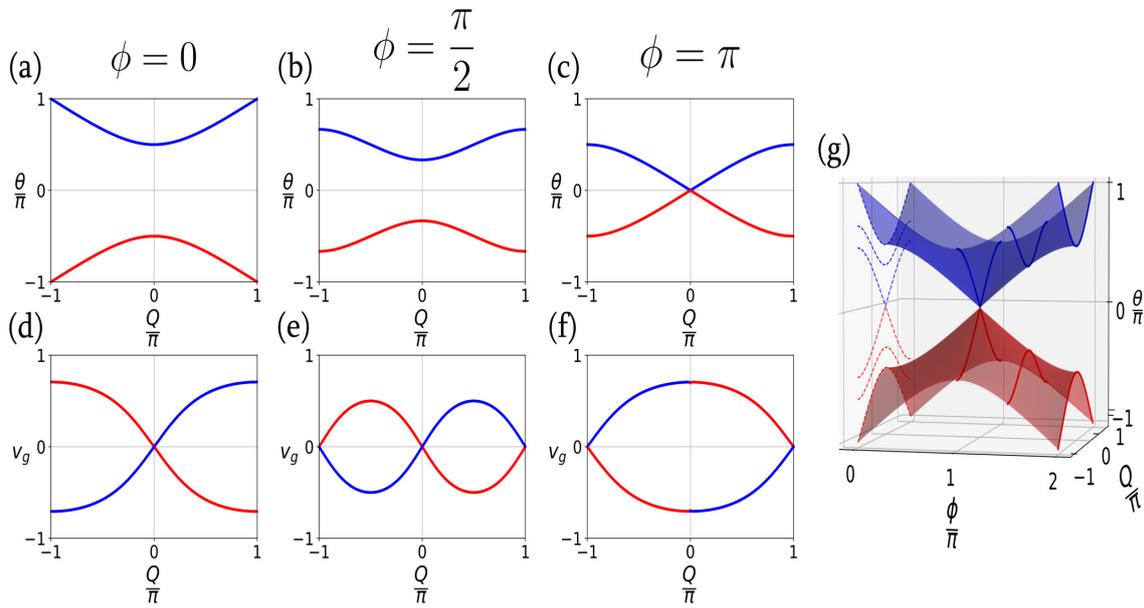


FIGURE 4.3 – Relations de dispersions analytiques soumises à un déphasage $\phi = 0$ en (a), $\phi = \pi/2$ en (b) et $\phi = \pi$ en (c). En (d), (e) et (f) la vitesse de groupe de chaque relation de dispersion. En (g) une vue globale de la relation de dispersion à 3D, chaque déphasage considéré est tracé en ligne pleine.

4.3 (a) (pour $\phi = 0$), nous retrouvons la structure de bande que l'on connaît (avec une dégénérescence aux bords $Q = \pm\pi$). En revanche, pour $\phi \neq 0$ (pour (b) et (c)) les structures des bandes sont différentes. Les deux bandes ne possèdent plus de dégénérescence en $Q = \pm\pi$, autrement dit, il n'y a plus de point de contact entre les bandes supérieures et inférieures. Les points de liaisons (dans chaque coin) se détachent. Il se forme une nouvelle bande interdite en énergie. Concernant la vitesse de groupe, tracée en (c), on peut noter que sa valeur maximale est plus faible ($v_g = 0.5$) par rapport au cas où $\phi = 0$ et que celle-ci possède une valeur nulle pour trois positions $Q = 0; \pm\pi$.

Pour le cas particulier en $\phi = \pi$, les deux bandes se touchent au centre de la zone de Brillouin (en $Q = 0$). Il n'y a plus d'écart en énergie entre les deux bandes au centre et ainsi la bande interdite s'est refermée. Le croisement en $Q = 0$ rappelle les cônes de Dirac souvent retrouvés dans les réseaux bidimensionnels [7]. Enfin, une vue à 3 dimensions sur la figure 4.3 (g) permet de visualiser les différents scénarios lorsque la modulation de phase varie entre $[0; 2\pi]$. Pour chaque valeur de phase

choisie, une coupe est tracée dans le plan (Q, θ) , et une projection est tracée sur le fond du schéma.

En résumé, la modulation de phase périodique modifie considérablement la structure des bandes photoniques. Grâce à l'ajout d'une phase supplémentaire à chaque tour dans un anneau, nous pouvons contrôler la dispersion de la lumière. Grâce à cette modulation nous allons pouvoir étudier de nouvelles formes de bandes photoniques.

4.2 Mise en évidence expérimentale du contrôle de la structure de bande

Pour les réalisations expérimentales suivantes, nous activerons le modulateur de phase pour assigner une modulation de phase $\phi(m)$ tour à tour dans l'anneau U . Les conditions expérimentales sont quasi-identiques à celles de l'étude pour la réponse impulsionnelle (voir la section 2.2). La condition initiale est une impulsion courte de puissance crête $P_0 \approx 6 \text{ mW}$ et la modulation est un signal carré périodique de période égale au temps de parcours moyen dans un anneau \bar{T} . Dans cette section, nous allons observer les diagrammes spatio-temporels dans l'anneau U et les structures des bandes associées pour différentes valeurs de l'amplitude ϕ de la modulation de phase.

4.2.1 Diagrammes spatio-temporels en présence d'une modulation de phase

On présente sur les figures 4.4 (b-d) la propagation d'une impulsion dans l'anneau U , soumise à une modulation de phase $\phi = \pi/2$. Le diagramme spatio-temporel obtenu en présence de modulation de phase (figures 4.4 (b-d)) est différent de celui déjà considéré précédemment pour $\phi = 0$ (voir 4.4 (a-c)). Par exemple, on voit à la position $U(n = 0, m = 3)$ sur la figure (b) (avec modulation) que celle-ci est occupée par une impulsion, en revanche, elle ne l'est pas en (a) (sans modulation). Ainsi, la répartition de l'énergie sur le diagramme spatio-temporel est réorganisée ; certaines positions se retrouvent vides ou occupées. Nous avons tracé en traits rouges l'expansion maximale des impulsions qui définissent les bords du motif de la pyramide. Sous l'effet de la modulation périodique, ces bords possèdent une pente plus raide signifiant que les impulsions s'étalent moins spatialement dans le réseau.

4.2.2 Structure des bandes photoniques en présence d'une modulation de phase

Comme le montrent les différentes structures des bandes analytiques représentées sur la figure 4.3, la modulation de phase modifie les deux bandes de la relation de dispersion. Sur la figure 4.5, nous observons les différentes structures des bandes expérimentales obtenues, lorsque l'amplitude de la modulation de phase varie entre $\phi = [0; \pi]$. La zone de Brillouin est délimitée en rouge, on peut voir que les structures des bandes observées expérimentalement correspondent bien à chaque simulation. Pour chacune des bandes, nous obtenons un niveau d'intensité (et donc un niveau de peuplement des bandes) en accord avec les données des simulations.

Afin d'appliquer la modulation de phase souhaitée, le modulateur de phase a dû être calibré soigneusement. La méthode de calibration du modulateur de phase est décrite dans l'appendice E.

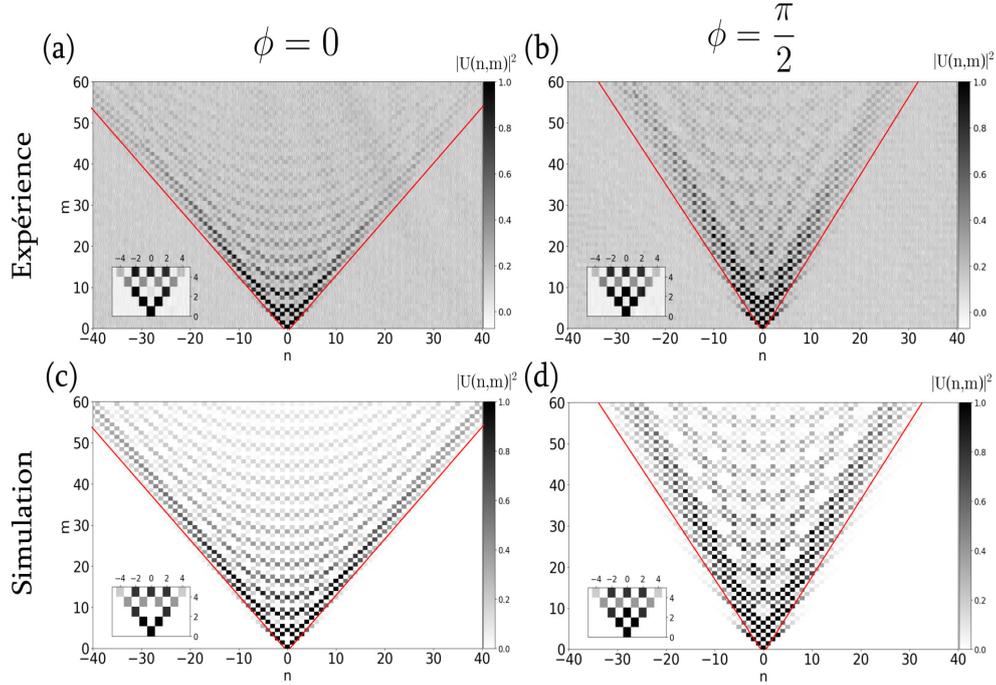


FIGURE 4.4 – Diagrammes spatio-temporels de l’anneau U soumis à une modulation de phase $\phi = \pi/2$ en (b) pour l’expérience et en (d) pour la simulation. De même pour (a) et (c) mais sans modulation de phase ($\phi = 0$).

Sur la figure 4.5, on peut suivre la déformation des bandes pas à pas. Pour le premier cas ($\phi = 0$) nous retrouvons les deux bandes déjà étudiées, voir 2.2.2. Ensuite, pour des valeurs de modulation $\phi = \pi/2$, on peut voir que les bandes se détachent au niveau des quatre coins de la zone de Brillouin. C’est alors qu’on observe la formation d’une nouvelle bande d’énergie interdite autour des valeurs $\theta = \pm\pi$. Les bandes restent symétriques mais ne possèdent plus de pente linéaire sur les bords gauches et droits de la zone de Brillouin, ce résultat confirme la prévision analytique de la figure 4.3 (b). Au fil de l’augmentation de la valeur de la modulation de phase, les deux bandes continuent de se rapprocher jusqu’à un point de croisement en $Q = 0$ pour une amplitude de modulation de phase $\phi = \pi$. Pour des modulations $\phi = 0.9\pi$ et $\phi = \pi$, on remarque que la structure apparente des bandes (expérimentales et simulées) par rapport aux formes analytiques (en vert) ne correspond pas tout à fait. Lorsque le croisement approche ($\phi = 0.9\pi$), une partie des bandes s’efface pour ensuite disparaître complètement ($\phi = \pi$). Effectivement, deux facteurs déterminent la visibilité des bandes photoniques dans la première zone de Brillouin :

1. Le recouvrement entre la condition initiale et les états propres, voir les explications 3.2.2.
2. Des effets d’interférences destructives sur les différentes zones de Brillouin. Ces effets sont bien connus dans la physique de l’état solide [100, 101] et dans les réseaux photoniques [7].

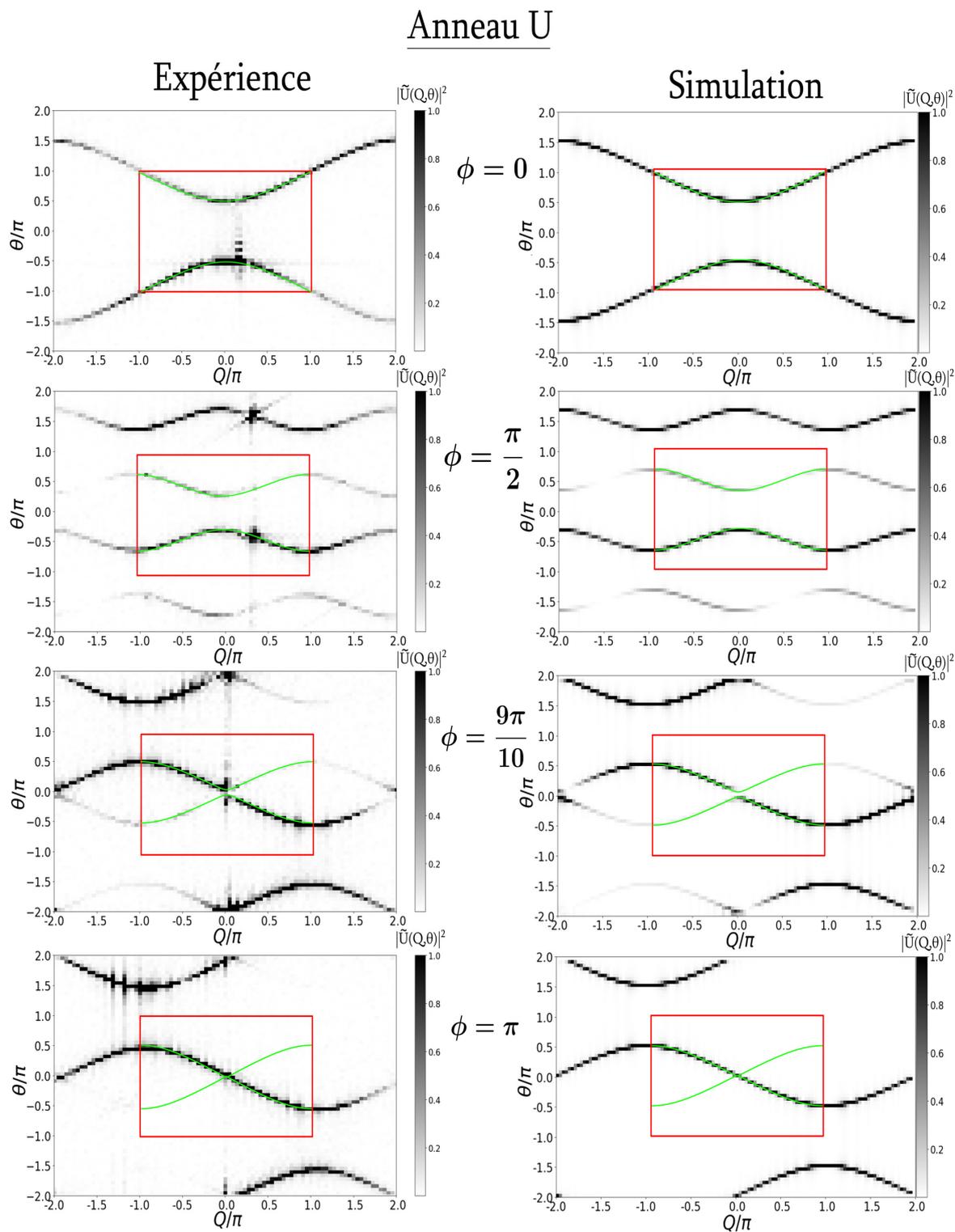


FIGURE 4.5 – Structure des bandes photoniques de l’anneau U pour différentes modulations de phases, à gauche pour l’expérience et à droite pour la simulation. L’amplitude de la modulation de phase varie de haut en bas entre 0 et π . Les carrés rouges délimitent la zone de Brillouin et les formes analytiques sont tracées en vert.

4.3 Excitation d'une seule bande photonique

Dans le cas de l'injection de paquets d'ondes, les bandes sont localement excitées et on observe un phénomène d'interférence lié à la présence des deux bandes. Il est parfois souhaitable de générer l'excitation d'une seule bande de façon à observer les propriétés intrinsèques de la bande étudiée [12].

Dans cette partie, nous décrirons le processus de projection d'un paquet d'ondes sur une seule bande grâce à l'application d'une modulation de phase pendant un seul tour.

4.3.1 Excitation d'une bande par une perturbation de phase

Nous proposons d'utiliser une technique proposée dans son principe par M. Wimmer [12]. Dans celle-ci, un déphasage est appliqué à un paquet d'ondes pour exciter l'une des deux bandes photoniques.

Prenons la forme du paquet d'ondes décrite dans l'équation (2.4), et injectons la seulement dans l'anneau V . Nous obtenons pour condition initiale l'équation (4.2). Nous redonnons les vecteurs propres $|\Psi_{\pm}\rangle$ du modèle correspondant aux valeurs propres θ_{\pm} dans l'équation (4.3).

$$\begin{pmatrix} u_n^0 \\ v_n^0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{\frac{-n^2}{2\sigma^2}} e^{iQ_0 n}. \quad (4.2)$$

$$|\Psi_{\pm}\rangle = \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{1 + e^{\pm \sin Q/2}}} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp e^{\pm \sin \frac{Q}{2}} e^{\frac{-iQ}{2}} \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Par exemple, prenons un paquet d'ondes dont le spectre est centré sur la valeur $Q_0 = 0$. Nous obtenons comme vecteur propre :

$$|\Psi_{\pm}(Q_0 = 0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp 1 \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Nous savons que la condition initiale est large ($\sigma \gg 1$). Celle-ci va exciter les deux bandes photoniques (les vecteurs propres $|\Psi_{\pm}\rangle$) en $Q_0 = 0$ tel que :

$$\begin{pmatrix} u_n^0 \\ v_n^0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Psi_{+}\rangle + |\Psi_{-}\rangle). \quad (4.5)$$

De manière générale, pour exciter une seule bande, le modulateur de phase doit appliquer un déphasage de $\phi = \pi/2$ pendant un tour m impair de sorte que :

$$\begin{pmatrix} u_{n+1}^m \\ v_{n+1}^m \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i v_n^{m-1} e^{i\phi} \\ v_{n+2}^{m-1} \end{pmatrix} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = |\Psi_{+}\rangle, \quad \text{avec } \phi = \pi/2 \quad (4.6)$$

Ainsi, l'état du système occupe une seule bande $|\Psi_{+}\rangle$. En choisissant une phase $\phi = -\pi/2$, l'état occuperait l'autre bande $|\Psi_{-}\rangle$.

Afin d'analyser le phénomène dans sa globalité, nous présentons les résultats expérimentaux

comparés à une simulation sur la figure 4.6. Nous avons fait le choix d'appliquer le déphasage, non pas au premier tour mais peu après (au tour numéroté $m = 9$) de façon à bien illustrer le phénomène de sélection de la bande. Pour rester dans le régime linéaire, l'impulsion gaussienne possède une puissance crête faible de $P_0 = 5 \text{ mW}$.

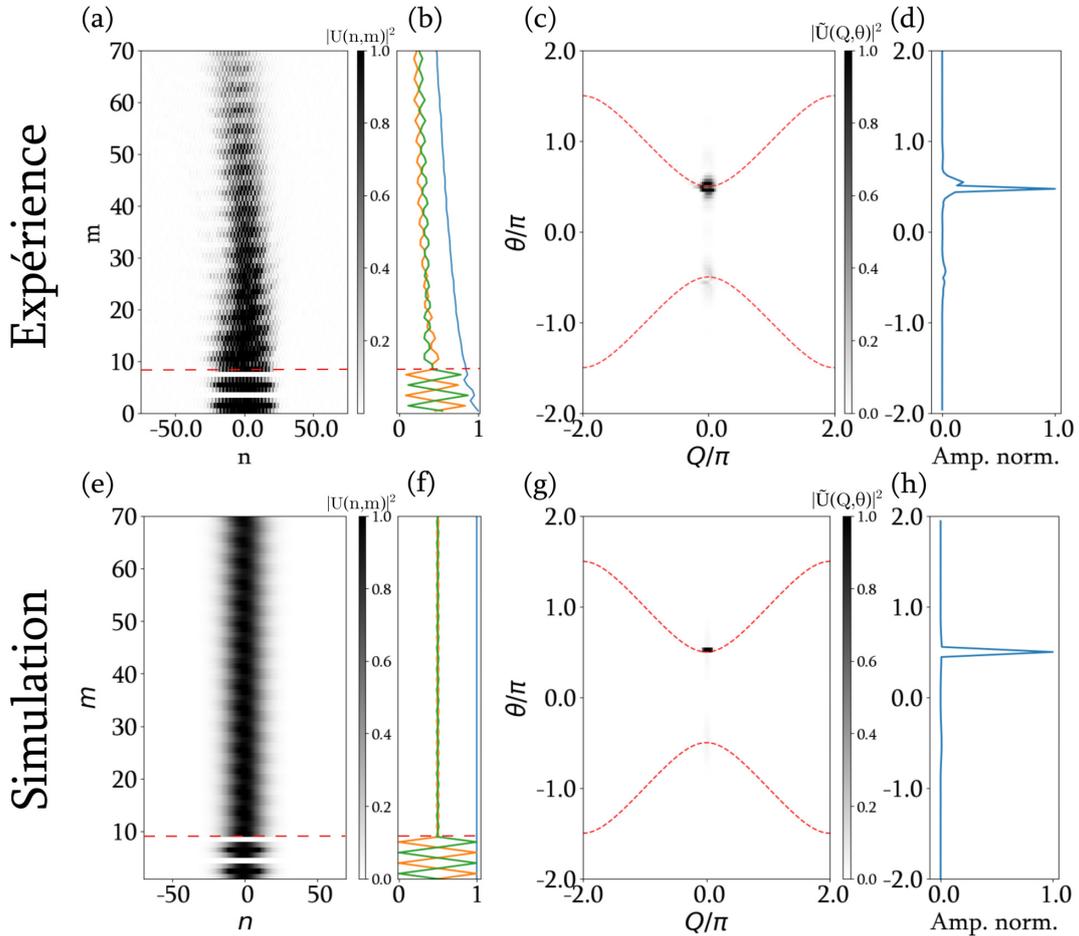


FIGURE 4.6 – (a) Diagramme spatio-temporel expérimental dans l’anneau U , le paquet gaussien subit une perturbation de phase $\phi = \pi/2$ au tour $n^{\circ} 9$ (tirés rouges). (b) Évolution de l’intensité des deux anneaux (U en orange et V en vert, leur somme en bleu). (c) La structure des bandes indique une excitation majoritaire sur la bande supérieure en $\theta = 0.5\pi$, confirmé par l’amplitude de peuplement des quasi-énergies en (d). (e-f), (g-h), les figures issues d’une simulation proche de l’expérience.

Les figures 4.6 (a) et (e) montrent les diagrammes spatio-temporels dans l’anneau U dans lesquels le spectre des paquets d’ondes étroit est centré en $Q_0 = 0$. Pendant sa propagation, nous ajoutons une perturbation de phase de $\phi = \pi/2$ à l’ensemble du paquet au tour $m = 9$ (tirés rouges). En parallèle des diagrammes spatio-temporels, nous suivons l’évolution de la puissance dans les deux anneaux sur les figures en (b) et (f). Pendant les neuf premiers tours, nous voyons le battement habituel (dû à l’interférence entre les deux bandes). Ensuite, à partir du tour $n^{\circ} 10$ le paquet d’ondes conserve une puissance quasi constante dans les deux anneaux (mise à part une faible atténuation). Nous remarquons dans les résultats expérimentaux, une légère oscillation du profil de puissance. Celle-ci peut s’expliquer par un déphasage qui n’est pas exactement de $\pi/2$; ou encore, le signal optique peut

être plus fort dans un anneau que dans l'autre (on peut voir la courbe bleue en (b) osciller au début des premiers tours en signe de déséquilibre).

Sur les figures 4.6 (c) et (g) nous avons tracées les transformées de Fourier à deux dimensions des diagrammes spatio-temporels (a) et (e). On peut voir que l'excitation est majoritairement présente sur une seule bande (ici la bande supérieure). On peut distinguer une très faible excitation de la bande inférieure (quasi indiscernable sur la simulation). De plus, sur les figures 4.6 (d) et (h), nous traçons l'intégrale du poids spectral le long de l'axe des quasi-énergies θ . Nous observons que la bande supérieure est fortement excitée à l'inverse de la bande inférieure. L'énergie présente sur la bande inférieure résulte des neuf premiers tours pendant lesquels les deux bandes sont excitées. Évidemment, le déphasage peut être appliqué plus tôt, dès le tour $m = 1$.

4.4 Conclusion

Grâce à différents processus de modulation de la phase de la lumière, nous avons pu contrôler la présence des états propres dans la relation de dispersion du système. Nous avons vu que la répartition du champ lumineux dans le réseau est modifiée, ainsi que la structure des bandes de la relation de dispersion. Lorsqu'une modulation de phase périodique est appliquée, les deux bandes se rapprochent l'une vers l'autre et entrent en contact pour certaines valeurs. Nous avons apporté quelques mesures expérimentales afin d'observer ce phénomène.

Ensuite, nous avons décrit une technique supplémentaire dans laquelle une modulation de phase, pendant un seul tour, permet de sélectionner l'une des bandes de la relation de dispersion. Ce processus peut être utilisé pour étudier les propriétés d'une seule bande. Par exemple, dans un système similaire avec un coupleur variable (permettant de rendre le système trivial ou non), notre équipe a mesuré le nombre d'enroulement de la structure des bandes [102]. Dans ces recherches, la méthode d'excitation d'une seule bande est nécessaire car l'interférence causée par la présence de la deuxième bande neutralise l'effet d'enroulement.

Dans le prochain chapitre nous utiliserons ce processus pour étudier les effets non linéaires. Nous verrons que ce mode d'excitation est commode à l'observation des propriétés dispersives d'une seule bande.

Dynamique non linéaire dans le double anneau

Les réseaux photoniques, fabriqués avec un matériau susceptible de provoquer des effets non linéaires, sont un environnement idéal pour générer et observer la formation de structures non linéaires. L'une des caractéristiques d'un réseau photonique, en présence de non linéarité, est la brisure de symétrie dans la structure des bandes photoniques. Cette brisure s'accompagne de l'apparition de structures stables dans l'espace réel, et d'un déséquilibre spectral de la répartition de l'énergie dans le spectre. Ce déséquilibre est causé par l'apparition de modes dits localisés [103], ils sont observés dans des réseaux photoniques à une dimension [104] ou à deux dimensions avec une non linéarité cubique [105], ils sont appelés *solitons discrets* dans les réseaux photoniques [2]. La frontière entre les états dits linéaires et ceux non linéaires est un sujet essentiel et notamment au niveau de l'apparition des états non linéaires [103]

Une chose remarquable avec les solitons est leur capacité à rester stable dans le temps, même en présence de perturbations externes [106]. On peut discerner deux types de solitons, les solitons *dissipatifs* qui doivent maintenir une stabilité avec leur environnement (balance entre le gain et les pertes) [107, 108], et ceux *conservatifs* qui présentent la propriété de collisionner de manière élastique [94, 109].

Dans ce chapitre nous étudierons l'évolution non linéaire d'une impulsion courte et celle de paquets d'ondes soumis à l'effet Kerr. Dans la première partie, nous présenterons le cadre théorique qui nous permet de décrire la dynamique de l'évolution des impulsions. Nous partirons des équations couplées accompagnées de l'effet Kerr et nous verrons qu'il est possible de générer des solitons discrets. Dans la seconde partie, nous présenterons les modifications apportées au système expérimental et les changements de longueurs qui en découlent. Nous étudierons ensuite la réponse impulsionnelle et la propagation de paquets d'ondes en régime non linéaire. Nous montrerons que notre système permet d'observer des structures de type solitonique, à la fois dans l'espace et dans le spectre. Nous emploierons une méthode d'excitation d'une seule bande pour étudier les effets non linéaires liés à une seule courbure. Et enfin, nous explorerons différents phénomènes non linéaires (comme l'instabilité modulationnelle ou les ondes dispersives de chocs) que nous pourrions observer

dans le double anneau.

5.1 Effets non linéaires dans le double anneau

Les effets non linéaires observés dans notre système sont de nature auto-focalisante, ils sont liés à l'effet Kerr [94]. L'étude de cette non linéarité dans les réseaux photoniques a été abordée dans différents systèmes [110, 111]. Dans ces recherches, on peut voir que l'effet Kerr induit une brisure spontanée de la symétrie du spectre [112]. Par exemple, cette capacité à auto-focaliser et à privilégier certains modes a été utilisée dans le domaine du machine learning dans un système discret pour mieux comprendre les phénomènes de transitions non linéaires [113]. En outre, l'équipe de A. Sukhorukov [114] a simulé un réseau neuronal optique pour la création et la recombinaison de motifs à l'aide de l'effet Kerr.

5.1.1 Équations couplées avec non linéarité Kerr

Nous discutons maintenant de la prise en compte de la non-linéarité cubique, appelée effet Kerr en optique non linéaire. Cet effet est lié au fait que l'indice de réfraction du milieu dépend de l'intensité du champ lumineux.

Nous reprenons les équations (1.6) pour y inclure une non linéarité Kerr. L'effet Kerr, comme nous l'avons mentionné ci dessus, est dépendant de l'intensité du champ à travers un terme de phase. L'amplitude complexe du champs u_{n+1}^m est ainsi modifié par un terme de phase non linéaire $e^{i\chi|u_{n+1}^m|^2}$ où χ est un coefficient non linéaire proportionnel à la longueur ($\chi = \gamma L$) d'un anneau et à la non linéarité de la fibre.

$$u_n^{m+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_{n+1}^m e^{i\chi|u_{n+1}^m|^2} + i v_{n+1}^m e^{i\chi|v_{n+1}^m|^2}) e^{i\phi(m)} \quad (5.1a)$$

$$v_n^{m+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(i u_{n-1}^m e^{i\chi|u_{n-1}^m|^2} + v_{n-1}^m e^{i\chi|v_{n-1}^m|^2}). \quad (5.1b)$$

Ces équations ont été proposées par M.Wimmer dans la référence [25]. Dans leur travaux, leur système a la possibilité de voir son rapport de gain/pertes évoluer dans le temps de manière à générer des solitons dans une symétrie PT [25]; cet aspect n'est pas considéré dans nos recherches (le rapport gain/pertes reste constant le temps de l'expérience).

Dans les équations (5.1), on peut voir que les champs électriques dans les deux anneaux accumulent une phase non linéaire au cours de la propagation. Cette phase est proportionnelle à la puissance crête P_0 de l'impulsion injectée, et à la longueur de la fibre. Elle s'écrit :

$$\varphi_{NL} = \frac{2\pi n_2}{\lambda A_{eff}} P_0 L = \gamma P_0 L, \quad (5.2)$$

où n_2 représente le coefficient d'indice non linéaire de la fibre, λ la longueur d'onde, A_{eff} l'aire

effective, γ le coefficient de non linéarité de la fibre, L la longueur de fibre et P_0 la puissance crête de l'impulsion. Notons que la valeur du coefficient de non linéarité γ est positive dans le cas de la silice constituant la fibre optique.

Nous introduisons deux longueurs, à savoir la longueur de dispersion L_D donnée par l'équation (5.3) et la longueur de non linéarité L_{NL} donnée par l'équation (5.4) [115]. Ces longueurs donnent une indication de la distance caractéristique nécessaire à l'observation d'effets dispersifs (L_D) et non linéaire (L_{NL}). Il est important de noter que la longueur de dispersion dont on parle ici n'est pas celle due à la dispersion de la vitesse de groupe de la fibre optique mais bien celle due à la dispersion de la relation de dispersion créée par le système.

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (5.3)$$

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}, \quad (5.4)$$

Dans notre fibre optique la dispersion de la vitesse de groupe vaut $\approx 20 \text{ ps}^2/\text{km}$ et γ vaut $2,4 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$.

Dans la configuration au chapitre 2, la longueur moyenne des anneaux était bien plus courte que dans la configuration envisagée dans ce chapitre, voir le schéma 5.3. Dans lequel cas, la propagation de la lumière dans ce système reste purement linéaire et les impulsions évoluent selon les règles linéaires déterminées par la relation de dispersion. En revanche, en présence de puissance optique forte et d'une longueur de parcours importante, le système évolue en régime non linéaire.

Dans la suite, nous verrons que la dispersion de vitesse de groupe β_2 liée à la structure de bande dépasse largement la dispersion rencontrée dans les fibres standard. Dans ce régime, les impulsions peuvent, en fonction de leurs largeurs temporelles et de leurs puissances, subir des effets liés à la dispersion et à l'effet Kerr pour former des structures solitoniques.

5.1.2 Génération solitons discrets dans le double anneau

Les expériences présentées dans les chapitres 2 et 4 portaient sur le régime linéaire. L'une des principales caractéristiques du système résidait dans l'existence de valeurs interdites entre les deux bandes photoniques du système, voir le chapitre 2. Comme nous l'avons mentionné dans la section 1.13, cette zone interdite ne permet pas aux ondes, lorsque la fréquence tombe dans cette zone, de se propager dans le réseau photonique. Dorénavant, nous voyons que ces énergies sont accessibles, dès lors que le système entre en régime non linéaire.

Les solitons discrets font leur apparition lorsque la non linéarité est forte. Cela permet de créer un équilibre entre la diffraction discrète et la non linéarité auto-focalisante. La première observation

expérimentale de solitons discrets dans un réseau photonique à une dimension date de 1999 [18], et ensuite dans un réseau à deux dimensions dans le groupe de M.Segev [17].

Notre système a l'originalité de posséder une dispersion comportant deux bandes, l'une défocalisante (la bande inférieure) et l'autre focalisante (la bande supérieure). Sur ces deux aspects nous pouvons trouver des solutions solitoniques dans des systèmes basés sur l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS), à la fois en régime focalisant [116, 117, 118] et en régime défocalisant [119, 120, 121].

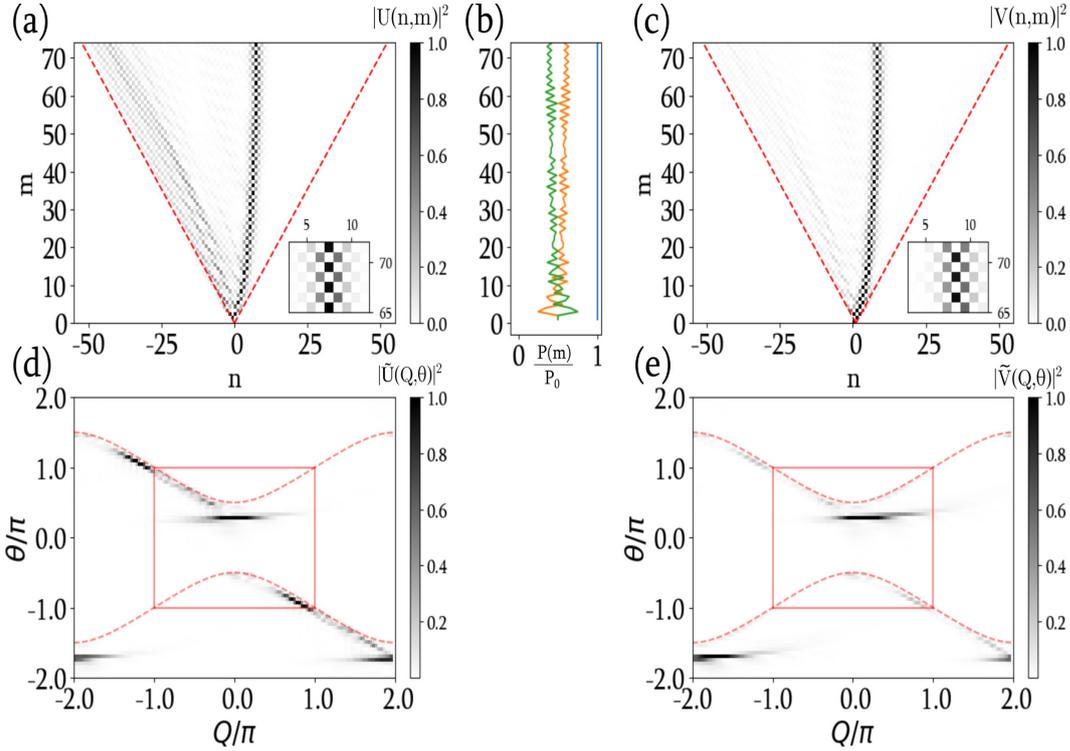


FIGURE 5.1 – Simulation numérique sans pertes du double anneau dans le régime non linéaire avec l'injection d'une impulsion courte de puissance crête $P_0 = 0,9W$, $L = 0,5\text{ km}$ et $\gamma = 2,4W^{-1}\text{ km}^{-1}$. (a-c) Évolutions spatio-temporelles des anneaux U et V . (d-e) Spectres optiques des diagrammes spatio-temporels (a-c). (b) Évolution de la puissance moyenne des anneaux en bleu (celle de l'anneau U) (V) en orange (vert).

Sur la figure 5.1, nous présentons un exemple d'observation de soliton discret présentant un spectre se trouvant dans la zone interdite. Les figures 5.1 (a) et (b) montrent les diagrammes spatio-temporels des deux anneaux lorsque l'on injecte une impulsion courte de forte puissance crête ($P_0 \approx 900\text{ mW}$) dans l'anneau V . On peut voir immédiatement la formation d'une structure localisée dans l'espace. Après quelques tours ($m \approx 40$ tours) la structure se stabilise, sa largeur spatiale reste constante et sa structure se propage presque sans déformation. Pour appuyer ce propos, nous traçons sur les figures 5.2 (a) et (b) les profils des champs lumineux présents dans les deux anneaux (v en vert et u en bleu). Sur la figure 5.2 (a), la position centrale du soliton au tour $m = 70$ se situe en $n = 8$. Nous pouvons voir que la structure discrète du soliton repose sur deux configurations : Pour un tour donné, le maximum se situe sur une position dans un anneau (la position $n = 8$ en vert) ; et sur deux positions ($n = 7$ et 9) dans l'autre anneau. On peut voir sur la figure (b) le tour suivant qui indique que cette configuration reste vraie mais la position des maxima permute entre les deux anneaux.

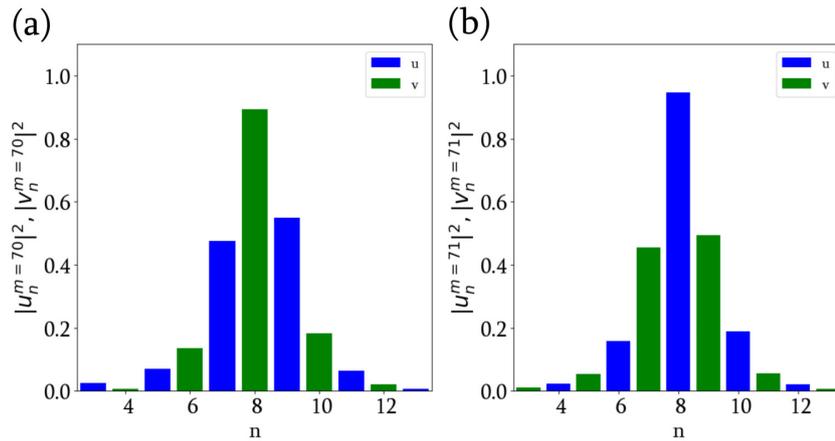


FIGURE 5.2 – Comparaison du profil spatial du soliton. (a) et (b) Coupe transverse des champs normés $|u|^2$ (en vert) et $|v|^2$ (en bleu) au tour $m = 70$ en (a) et $m = 71$ en (b).

Les conséquences dans le spectre sont immédiates, sur les figures 5.1 (d) et (e), la relation de dispersion linéaire (tracée en pointillés rouges) est faiblement peuplée alors que l'on peut observer clairement la présence de nouveaux états dans la zone interdite. Ces états sont directement reliés à la structure solitonique visible dans le diagramme spatio-temporel. La pente de la signature du soliton dans le spectre, formée par ces nouveaux états, donne la vitesse de groupe du soliton dans le diagramme spatio-temporel.

Dans le régime non linéaire, un fort intérêt apparaît sur l'interprétation du comportement topologique des solitons. Des nouveaux modes peuvent être introduit par un mode supplémentaire créé à partir d'un défaut dans un réseau à 1D [122, 123]. Au contraire, l'apparition de ces modes peuvent provenir et dériver des modes linéaires [103]. Par exemple, ils peuvent apparaître sur les interfaces topologiques d'un réseau pour la génération de soliton topologique [124, 110].

Comme nous le verrons par la suite, les solitons de bande interdite dépendent du moment de Bloch Q , tout comme la forme de la bande photonique dépend de Q [125, 126].

Outre l'apparition d'une signature solitonique dans le spectre, une conséquence importante des effets non linéaires est la brisure de la symétrie du spectre. Dans le paragraphe 1.2.2 concernant le régime linéaire, nous avons expliqué que, pour des raisons de symétrie intrinsèques au réseau, le spectre respectait une symétrie axiale par rapport à l'axe $Q = 0$ et $\theta = 0$ de la zone de Brillouin. Cependant, en régime non linéaire, les interactions entre les différents modes, provoquent une asymétrisation de la répartition de l'énergie spectrale.

5.2 Génération de structures non linéaires

5.2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental, pour l'étude de l'influence des effets non linéaires sur la dynamique du réseau photonique, diffère peu de celui utilisé pour l'étude de la réponse impulsionnelle en régime linéaire 2.1. Comme nous l'avons vu plus haut, les critères physiques à modifier pour atteindre le régime non linéaire se traduisent par une augmentation de la longueur de parcours de la lumière dans les fibres optiques et/ou d'une élévation de la puissance optique de la lumière circulant dans les anneaux fibrés. Nous faisons le choix de jouer sur ces deux aspects.

Nous reprenons le dispositif expérimental que nous avons présenté en figure 2.1 et nous rallongeons les deux anneaux de 500m de fibre optique à maintien de polarisation dans chacun des anneaux V et U . Le nouveau dispositif expérimental est représenté sur la figure 5.3. Nous utilisons les amplificateurs dans un régime de gain fort, de sorte à amplifier les impulsions lumineuses jusqu'à la centaine de milliwatts en puissance crête. Pour augmenter le gain des amplificateurs, le courant des diodes de pompes est ajusté dans les deux anneaux. Nous avons déjà exprimé, dans le tableau 2.2, la possibilité d'obtenir un gain fort sur des impulsions lumineuses. Ce gain est ajusté convenablement sans atteindre le régime de saturation des amplificateurs. Grâce à cela, un champ lumineux de forte puissance traverse une majeure partie (~ 500 m) de l'anneau avant de rencontrer l'atténuateur variable, avec lequel nous pouvons ajuster le rapport gain/pertes pour éviter le démarrage d'une oscillation laser. Notons que la puissance de l'onde de référence, délivrée par l'oscillateur local, peut être augmentée de la même façon avec l'EDFA devant la boucle fibrée à laser Brillouin pour obtenir un battement de niveau satisfaisant au niveau des coupleurs de combinaisons situés avant les photodiodes.

5.2.2 Nouvelles échelles de temps, longueur non linéaire et longueur de dispersion

Dans le tableau 5.1 nous résumons les nouvelles échelles de temps caractérisant maintenant le double anneau. L'ajout de fibre dans les deux anneaux modifie les temps de parcours de la lumière dans ceux-ci. Dorénavant le temps moyen de parcours \bar{T} vaut $2,636\mu\text{s}$ tandis que le délai temporel entre les anneaux reste proche de celui du système court : $\Delta T = 2,16\text{ns}$. Le maintien d'un ΔT aussi court que celui du régime linéaire décrit par l'équation 2.1 permet de conserver la même largeur horizontale de la zone de Brillouin.

Dans cette configuration, le signal temporel enregistré dans une expérience typique (avec > 50 tours) est bien plus long que précédemment et se situe autour de la centaine de microsecondes. Le nombre de tours maximal avant l'occupation complète des impulsions dans l'anneau est maintenant de $m_{max} = 1225$.

Les longueurs L_D , décrite par l'équation (5.4), et L_{NL} , décrite par l'équation (5.3), vont être des paramètres importants pour l'étude des effets non linéaires. À partir de celles-ci, nous pourrions déterminer quels effets (dispersif ou non linéaire) seront majoritaires. Pour évaluer ces longueurs

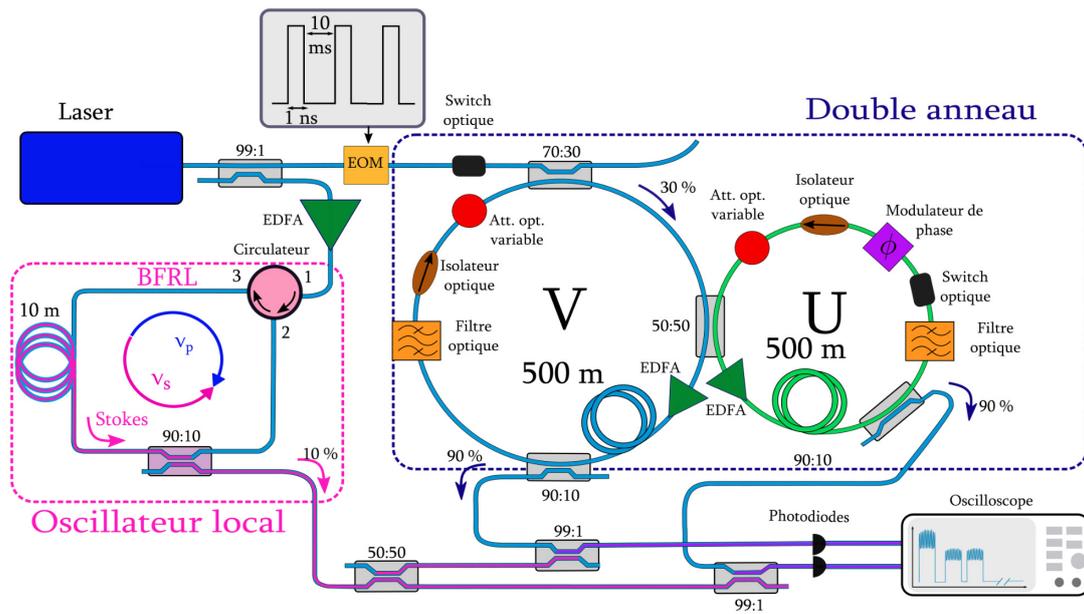


FIGURE 5.3 – Dispositif expérimental complet pour l'étude des effets non linéaires, dans le carré bleu le double anneau et dans le carré rose l'oscillateur local. L'ajout de 500m de fibre optique dans chaque anneau permet d'accentuer les effets non linéaires.

	Longueur	Temps
Anneau U	$L_U = 527,12 \text{ m}$	$T_U = 2,635 \mu\text{s}$
Anneau V	$L_V = 527,54 \text{ m}$	$T_V = 2,637 \mu\text{s}$
Temps moyens	$\bar{L} = 527,33 \text{ m}$	$\bar{T} = 2,636 \mu\text{s}$
Différence	$\Delta L = 0,43 \text{ m}$	$\Delta T = 2,16 \text{ ns}$
Nbr de tours max. m_{max}	1225	

TABLEAU 5.1 – Tableau résumant les temps et longueurs typiques des deux anneaux après ajout de $\approx 500 \text{ m}$ de fibre optique dans chaque anneau. La conversion entre les deux dimensions est $l = \frac{c}{n}t$, avec $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ et $n = 1.45$.

nous allons, dans un premier temps, donner un ordre de grandeur pour la longueur non linéaire L_{NL} , ensuite, nous ferons une mesure de la courbure d'une bande dans le cas des anneaux longs pour en déduire la dispersion et mesurer la longueur de dispersion.

Pour la longueur non linéaire, nous disposons d'impulsions dont la puissance crête peut atteindre la centaine voir plusieurs centaines de milliWatts. Avec ces paramètres nous obtenons $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \approx 1 \text{ km}$. Avec ce niveau de puissance crête, la longueur non linéaire devient comparable à la longueur des anneaux et les impulsions subissent de ce fait une auto-modulation de phase significative.

Pour mesurer les effets de dispersion dans les anneaux longs, nous allons utiliser la réponse impulsionnelle du système pour observer la structure de bande. Sur la figure 5.4 (a) nous traçons la bande supérieure (contenue dans la zone de Brillouin) de la relation de dispersion obtenue par la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle du système à faible puissance avec des anneaux longs. Nous superposons en bleu à cette bande la forme analytique donnée par la solution θ_+ de l'équation (1.10) (avec $\phi(m) = 0$). Celle-ci est dérivée une première fois, par rapport à l'axe horizontal, pour obtenir la vitesse de groupe v_g , tracée sur la figure 5.4 (b). Nous dérivons à nouveau la vitesse

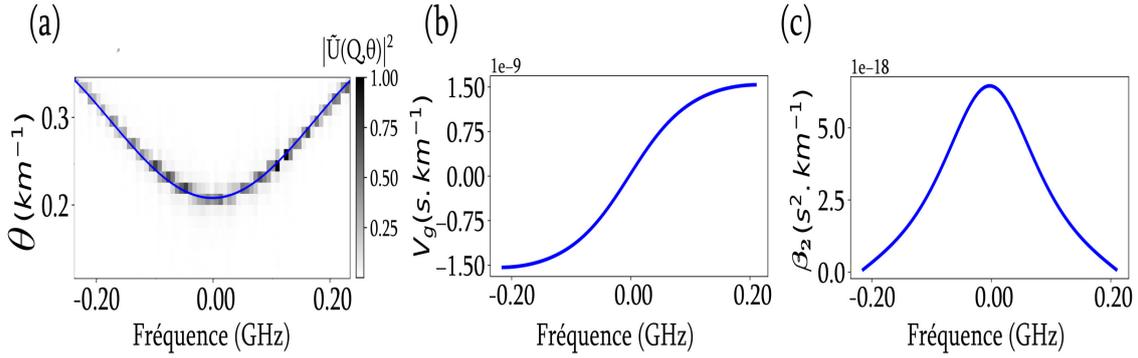


FIGURE 5.4 – (a) Bande photonique supérieure de l’anneau U , dans le cas des anneaux longs. (b) Vitesse de groupe v_g obtenue en dérivant la forme de la bande en bleu sur (a). (c) Dispersion β_2 obtenue par la dérivée de la v_g en (b).

de groupe pour obtenir la dispersion β_2 qui est tracée sur la figure 5.4 (c). On peut voir que β_2 est positif¹.

La valeur maximale de la dispersion de vitesse de groupe β_2 vaut $6,5 \text{ ns}^2/\text{km}$ ce qui est six ordres de grandeur supérieur à la dispersion de vitesse de groupe de la fibre optique. Pour une impulsion de durée initiale de 1 ns, la longueur de dispersion dans le double anneau vaut $L_D = \frac{T_0^2}{\beta_2} = 0,023 \text{ km}$. Ainsi, les deux longueurs L_D et L_{NL} sont accessibles et sous certaines conditions on peut observer la génération de structures solitoniques.

5.2.3 La réponse impulsionnelle du système en présence d’effets non linéaires

Pour étudier la réponse impulsionnelle du système en régime non linéaire du système, nous créons une impulsion courte et intense dans le système expérimental représenté sur la figure 5.3. La puissance crête de celle-ci varie de $\sim 80 \text{ mW}$ à $\sim 900 \text{ mW}$.

Dans un premiers temps, nous présenterons les diagrammes spatio-temporels de l’anneau² U , puis nous analyserons de la structure des bandes photoniques à travers leurs transformées de Fourier à deux dimensions.

Remarque : La dimension des anneaux offre la possibilité de parcourir un grand nombre de tours ($m_{max} \approx 1200$, voir 5.1). Cependant, le volume de données enregistrés sur l’oscilloscope devient plus important, si bien que le traitement des données est plus laborieux. C’est pourquoi nous nous contenterons de traiter les données sur un nombre de tours restreints (~ 70 tours), de sorte à alléger l’analyse numérique.

Comparaison des diagrammes spatio-temporels numériques et expérimentaux

Sur la figure 5.5, nous affichons un panel de diagrammes spatio-temporels enregistrés dans l’anneau U dans lequel une impulsion de 1 ns et de puissance crête P_0 est présente au premier tour.

En augmentant la puissance crête de l’impulsion vers un niveau où la non linéarité joue un

1. La dispersion est positive pour la bande supérieure mais négative pour la bande inférieure, voir la figure 1.13.

2. Les résultats dans l’anneau V sont similaires et n’apportent pas plus d’information.

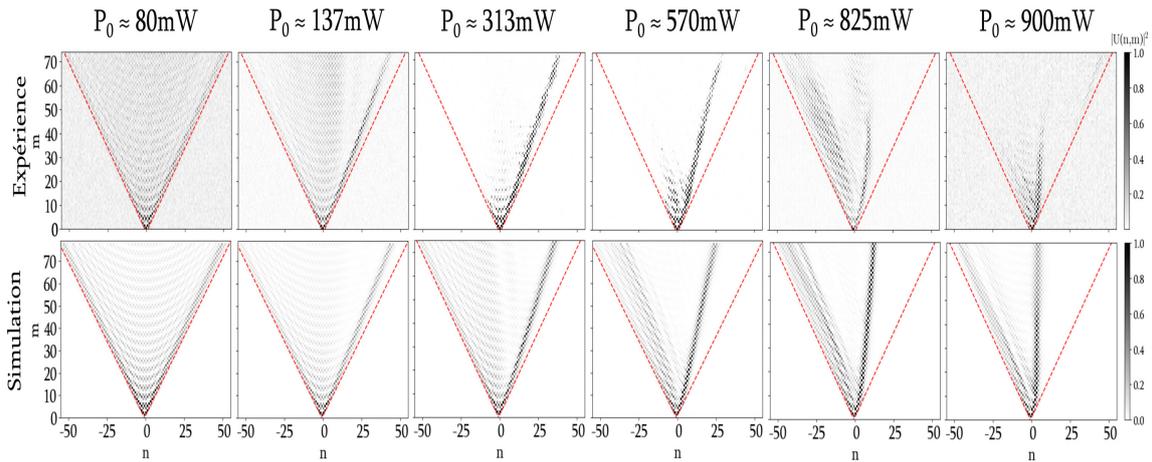


FIGURE 5.5 – Diagrammes spatio-temporels de l’anneau U en présence d’effets non linéaires. La ligne du haut représente les résultats expérimentaux et la ligne du bas les résultats numériques. La puissance P_0 varie de ≈ 80 mW pour laquelle le système se trouve en régime faiblement non linéaire, jusqu’à ≈ 900 mW pour un régime fortement non linéaire fort. La simulation prend en compte les pertes mesurées dans l’expérience.

rôle important, une onde non linéaire apparaît sur la droite du diagramme spatio-temporel et tend à se déplacer vers le centre ($n = 0$) à mesure que la puissance augmente. Nous retrouvons ce comportement dans les simulations, dans lesquelles nous avons introduit les pertes mesurées dans l’expérience (en général proches de $\alpha = 1\%$).

Sur la colonne de droite de la figure 5.5 ($P_0 \approx 900$ mW), le soliton ne se propage pas au delà de ≈ 40 tours, ce qui n’est pas observé dans la simulation numérique.

Spectre de la réponse impulsionnelle en présence d’effets non linéaires

Les spectres représentés sur la figure 5.6, sont obtenus par la transformée de Fourier à deux dimensions des diagrammes spatio-temporels de la figure 5.5. Dès le premier cas ($P_0 = 80$ mW), on observe, via le niveau de couleur, que la répartition de l’énergie sur les bandes n’est plus symétrique. La présence de nouveaux états non linéaires modifie la répartition de l’énergie sur les états propres θ . Cette répartition n’est plus symétrique selon les deux axes (θ, Q) et on observe une forte excitation sous la bande supérieure. Plus précisément, si l’on regarde la répartition spectrale des bandes, l’énergie sur la bande inférieure se concentre au centre ($Q = 0$) et, au niveau de la bande supérieure, une grande proportion de l’énergie se trouve en $Q \approx 0.7\pi$.

À mesure que la puissance P_0 augmente, on observe l’apparition d’une droite sous la bande supérieure. Celle-ci prend naissance sur la bande supérieure et se décale ensuite vers le bas dans la bande interdite. Ce phénomène apparaît sur la bande supérieure car celle-ci présente une courbure dite focalisante, avec une dispersion de vitesse de groupe $\beta_2 > 0$ voir 5.4.

Ce phénomène est couramment observé dans la physique de l’équation non linéaire de Schrödinger, la relation de dispersion en régime non linéaire peut, en présence d’effet Kerr, subir un déplacement vertical [127].

Encore ici, le spectre reflète le comportement visible dans le diagramme spatio-temporel, la pente des segments horizontaux isolés dans le spectre est directement reliée à la vitesse de groupe du

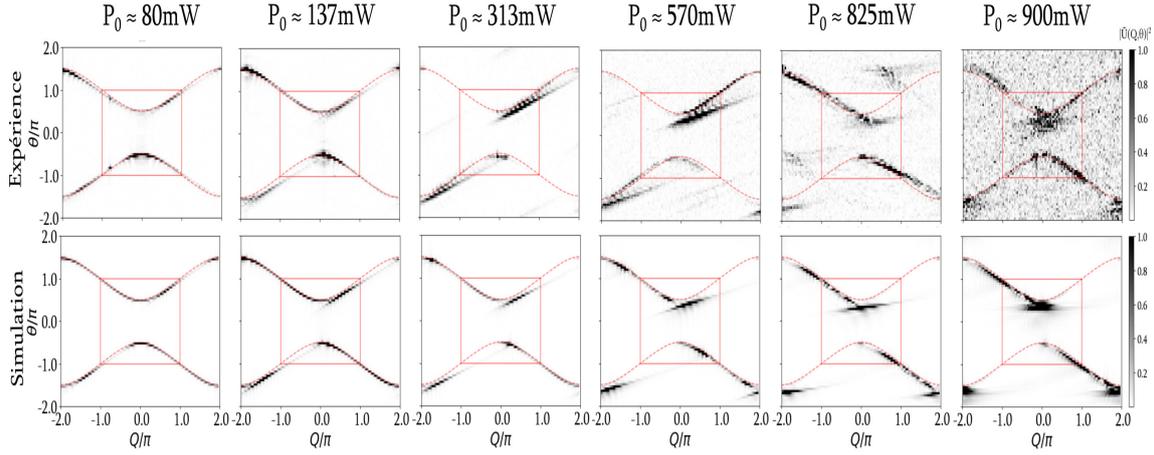


FIGURE 5.6 – Transformées de Fourier de la réponse impulsionnelle des diagrammes de la figure 5.5. La ligne du haut représente les résultats expérimentaux et celle du bas les résultats numériques. La puissance P_0 varie de ≈ 80 mW pour laquelle le système se trouve en régime faiblement non linéaire, jusqu'à ≈ 900 mW pour un régime fortement non linéaire.

soliton.

Sur les dernières figures, cette pente tend vers zéro car le soliton possède une vitesse de groupe presque nulle. Pour ces dernières, particulièrement celle pour $P_0 \approx 900$ mW, le spectre montre un fort niveau de bruit en dépit du diagramme spatio-temporel qui n'en présente pas (pas plus qu'à basse puissance). Aussi, la signature solitonique n'apparaît pas de façon nette.

5.2.4 Propagation de paquets d'ondes en présence d'effets non linéaires

Nous étudions maintenant la propagation de paquets d'ondes gaussiens dans le système du double anneau en présence d'effets non linéaires. La condition initiale, de forme gaussienne, reprend la même équation que nous avons utilisé dans le chapitre 2, voir l'équation (4.2). La puissance crête utilisée dans les expériences est de quelques centaines de milliwatts. Comme dans le chapitre 2.3.2, la fréquence centrale du paquet d'ondes n'est pas contrôlée³; nous sélectionnerons les résultats en fonction de leur réponse spectrale.

Grâce au spectre étroit d'un paquet d'ondes, on peut sélectionner une valeur de la dispersion β_2 et calculer sa valeur pour estimer la longueur de dispersion. La largeur typique d'un paquet d'ondes (que nous expérimentons juste après dans l'expérience de la figure 5.7) est d'environ 20 ns, ainsi la valeur de la longueur de dispersion vaut $L_D \approx 9,47$ km (en $Q = 0$) soit $\approx 18\bar{L}$ (\bar{L} la longueur moyenne d'un anneau long). Nous pouvons comparer cette longueur de dispersion à la longueur non linéaire qui vaut, pour une puissance de ≈ 100 mW, $L_{NL} \approx 8,33$ km soit $\approx 15\bar{L}$.

Dans ce cas on peut dire que les deux longueurs se valent, voir l'équation (5.5), et le système peut supporter des solitons.

3. La méthode d'asservissement proposée dans l'annexe D fonctionne correctement pour le système linéaire aux anneaux courts. En revanche, lorsque les anneaux sont longs, l'asservissement est plus compliqué. Tout de même, avec un travail plus approfondi, nous avons réussi à obtenir un asservissement des anneaux longs. Cependant, l'asservissement est souvent instable et la présence d'effets non linéaires perturbe d'avantage la stabilisation.

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \approx 1. \quad (5.5)$$

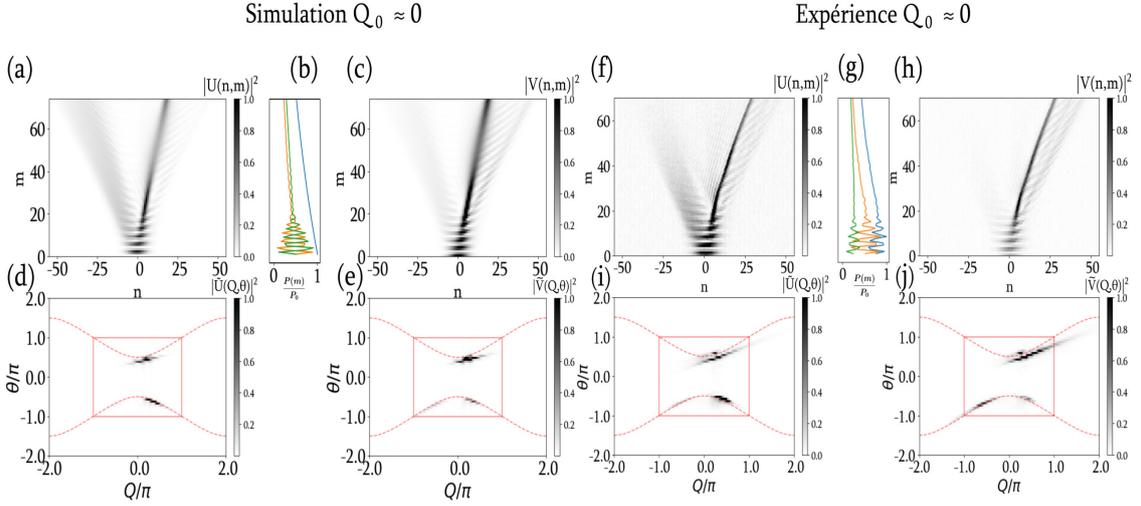


FIGURE 5.7 – **Excitation centrée en $Q_0 \approx 0$.** Diagrammes spatio-temporels simulés en (a-c) et expérimentaux en (f-h) pour les anneaux U et V . (b-g) Évolution de la puissance moyenne de U (V) en orange (vert) et de leur somme en bleu. Les spectres de la simulation en (d-e) et les spectres expérimentaux en (i-j) sont obtenus par transformée de Fourier à deux dimensions des diagrammes spatio-temporels en (a-c) et (f-h).

Sur la figure 5.7, nous avons sélectionné un résultat expérimental pour lequel le spectre du paquet d’ondes est centré autour de $Q \approx 0$ et nous le comparons à une simulation. Dans la partie expérimentale (à droite), le paquet d’ondes est injecté dans l’anneau V et possède une amplitude de $P_0 = 100$ mW. Dans les simulations (à gauche), la condition initiale reprend la forme et l’amplitude exacte du paquet d’ondes mesurée dans l’expérience.

Les résultats de la simulations sur les figures 5.7 (a-c) et (f-h), reproduisent qualitativement les résultats observés dans l’expérience. On observe, le battement du paquet d’ondes pendant une dizaine de tours (voir les figures 5.7 (b) et (g)), puis une compression spatiale au tour $m \approx 20$. Au niveau de la compression, le paquet d’ondes se déforme pour former une structure solitonique. Celle-ci possède une forte amplitude et une forme spatialement constante avec une vitesse de groupe fixe au cours de la propagation.

Sur les figures 5.7) (d-e) et (i-j), nous traçons les transformées de Fourier à deux dimensions des diagrammes spatio-temporels respectifs. Sur ces spectres, on voit que les bandes inférieures, sont localement peuplées autour de $Q \approx 0.4\pi$ alors que les bandes supérieures sont faiblement excitées sur quelques modes linéaires autour de $Q \approx 0.2\pi$. En revanche, nous observons clairement une large ligne sous les bandes supérieures. Cette ligne possède une pente bien définie qui est directement liée à la vitesse de groupe de la structure solitonique présente dans le diagramme spatio-temporel de chaque anneau. Comme nous l’avons vu pour la réponse impulsionnelle, l’auto-modulation de la phase due à l’effet Kerr se manifeste par un décalage vertical vers le bas (vers des quasi-énergies plus faibles), sous la bande focalisante (supérieure).

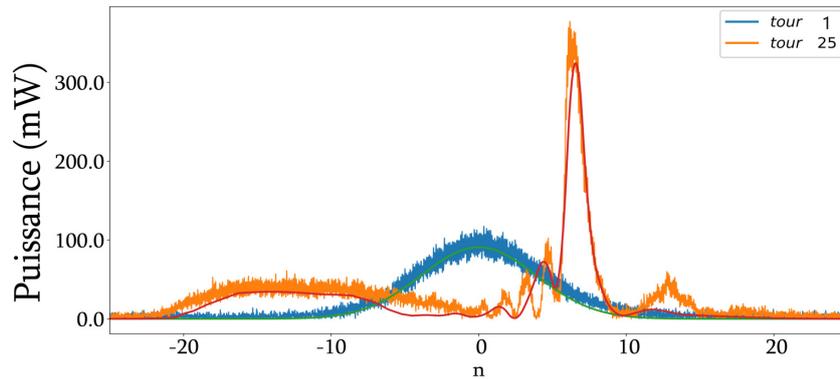


FIGURE 5.8 – Profils de puissance en fonction du tour de l’anneau U de la figure 5.7. Pour l’expérience en bleu (tour $m = 1$) et orange (tour $m = 25$), pour la simulation en vert (tour $m = 1$) et rouge (tour $m = 25$).

Afin d’appuyer l’observation autour de la structure solitonique, nous traçons sur la figure 5.8 les profils d’intensité mesurés dans l’anneau U au tour $m = 1$ en bleu (vert) et au tour $m = 25$ en orange (rouge). Nous traçons les profils, non pas normalisés mais directement avec leur valeur en Watts. La condition initiale (en bleu et vert) possède une largeur de 10 sites pour une amplitude de ≈ 100 mW. Peu après la compression, au tour $m = 25$, la structure solitonique apparaît sur la position $n = 7$. L’amplitude observée vaut ~ 320 mW, on voit de légères oscillations sur la gauche du pic et une large irradiation sur la gauche autour de la position $n = -15$.

5.2.5 Soliton en régime focalisant

À l’aide de la méthode d’excitation proposée dans la partie 4.3, nous allons pouvoir étudier la propagation en régime non linéaire lorsque l’excitation initiale est effectuée autour d’une bande particulière. L’étude de la bande supérieure par l’intermédiaire de ce processus aura pour rôle d’exalter les effets non linéaires focalisants. Dans un premier temps, nous détaillerons les résultats d’une excitation autour de $Q_0 = 0$, puis nous développerons une méthode permettant d’observer l’évolution spatio-temporelle du champ complexe.

La figure 5.9 montre les résultats expérimentaux (à droite) suite à l’injection d’un paquet gaussien d’une largeur de 10 sites et d’une puissance crête de $P_0 \approx 50$ mW dans l’anneau V . La simulation à gauche reprend les paramètres mesurés dans l’expérience. Nous retrouvons quasiment la même description que nous avons faite plus haut. Concernant les diagrammes spatio-temporels, nous obtenons une compression spatiale du paquet d’ondes autour de $m = 25$ dans les deux anneaux. Les spectres en (d-e) et (i-j) révèlent une signature non linéaire sous la bande supérieure. On peut noter que l’évolution du profil de puissance par tour dans les deux anneaux en (b-g) est quasiment plate (mise à part quelques pertes et une légère oscillation au début). Dans la simulation, nous avons appliqué un taux de pertes $\alpha = 0.8\%$. Ces pertes provoquent la fragmentation du paquet, visible après le tour $m = 40$.

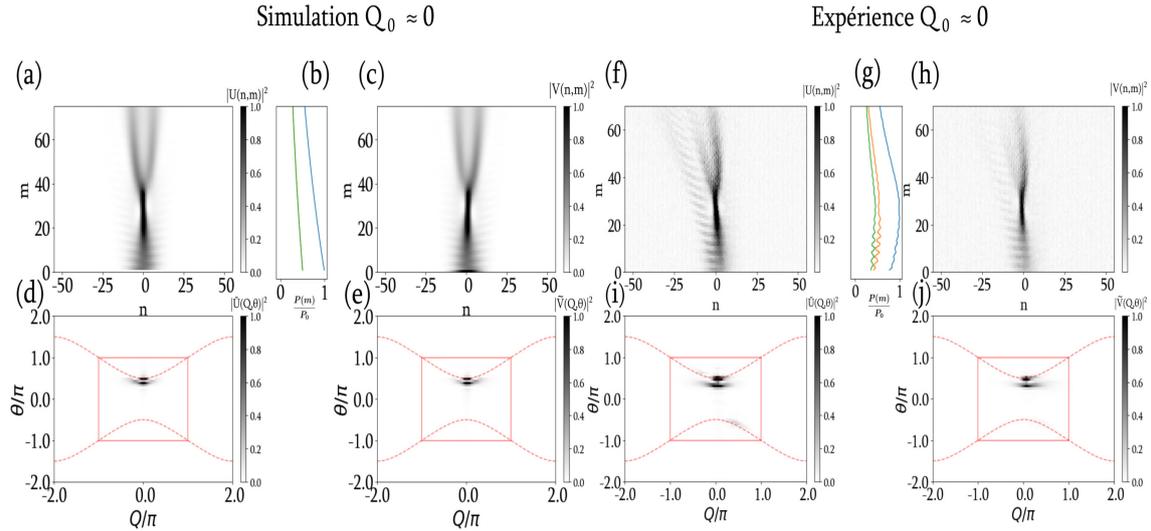


FIGURE 5.9 – **Excitation centrée en $Q_0 \approx 0$ sur la bande supérieure.** Diagrammes spatio-temporels simulés en (a-c) et expérimentaux en (f-h) pour l’anneau U - V . Évolution de la puissance moyenne de U (V) en orange (vert) en (b-g) et de leur somme en bleu. Les spectres en (d-e) et en (i-j) sont obtenus par transformées de Fourier à deux dimensions des diagrammes spatio-temporels (a-c) et (f-h).

Au moment de la compression ($m = 25$), le paquet d’ondes s’affine et atteint une forte puissance de (~ 300 mW). Cependant, nous n’observons plus les oscillations sur la gauche du pic, ainsi que la radiation sur la gauche.

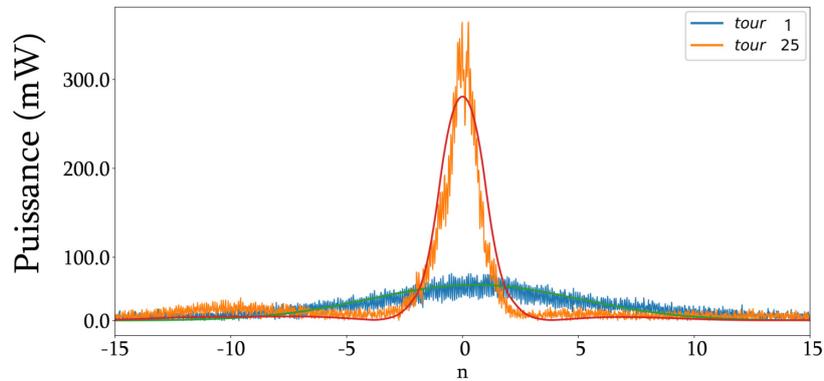


FIGURE 5.10 – Profils de puissance de l’anneau U de la figure 5.9 (f), en bleu au tour $m = 1$ et en orange tour $m = 25$, et de la simulation 5.9 (a) en vert au tour $m = 1$ et en rouge au tour $m = 25$.

Observation de l’évolution spatio-temporelle de la phase

Le but de cette section est d’observer l’évolution de la phase d’un paquet d’ondes dans la représentation de son diagramme spatio-temporel.

La figure 5.11 est obtenue en appliquant successivement les opérations représentées sur la figure 5.12 et déjà largement employées et décrites dans ce manuscrit. Pour obtenir la figure 5.11, on applique simplement une transformée de Fourier inverse à deux dimensions au spectre mesuré dans la première zone de Brillouin.

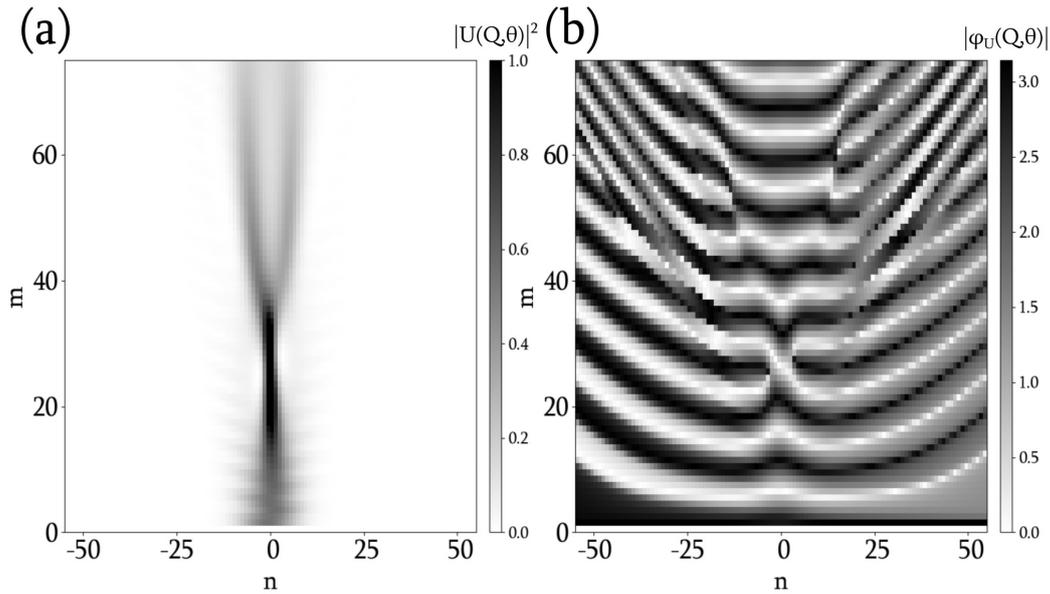


FIGURE 5.11 – **Simulation** : (a) Diagramme spatio-temporel du module de l’enveloppe du champ de l’anneau U dans le cas d’une excitation de la bande supérieure par un paquet d’ondes. (b) Diagramme spatio-temporel de la phase du champ.

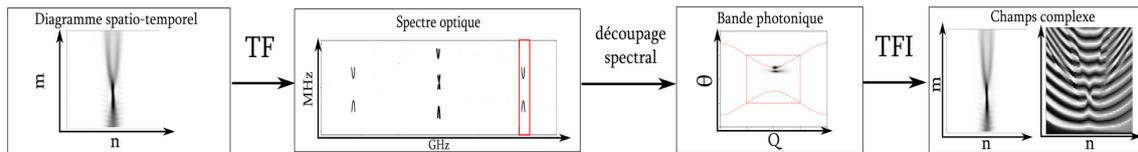


FIGURE 5.12 – De gauche à droite : la construction du diagramme spatio-temporel, une transformée de Fourier pour obtenir le spectre optique, le découpage spectral pour délimiter les bandes photoniques et une transformée de Fourier inverse pour reconstruire le champ complexe (amplitude et phase).

La démarche expérimentale consiste à déterminer la structure des bandes, comme nous le détaillons dans le chapitre 2, et de terminer par une étape de Transformée de Fourier inverse à deux dimensions (TFI2D), voir le schéma 5.12. Nous développerons cette méthode avec les données expérimentales obtenues plus haut.

Les figures 5.13 (a) et (b) montrent le résultat de l’application du protocole décrit sur la figure 5.12 sur les données expérimentales de la figure 5.9. Nous prenons exactement le spectre tracé en (b) et nous effectuons une transformée de Fourier inverse à deux dimensions pour reconstruire le champ de l’anneau U . D’une part, nous traçons sur la figure 5.13 (c) la puissance optique du champ U et d’autre part, en figure 5.13 (d) l’évolution de la phase du champ U . Le spectre optique dans la figure 5.13 (b) possède 123 points le long de l’axe horizontal Q , ainsi il y a 123 points (un point par position) sur l’axe horizontal n dans les champs reconstruits en (c) et (d).

De manière remarquable, le profil de phase expérimental reproduit qualitativement le résultat obtenu en simulation. Nous obtenons une bonne observation du profil sur une large plage de positions n .

Maintenant, nous allons analyser plus précisément les valeurs de phases prises par le paquet

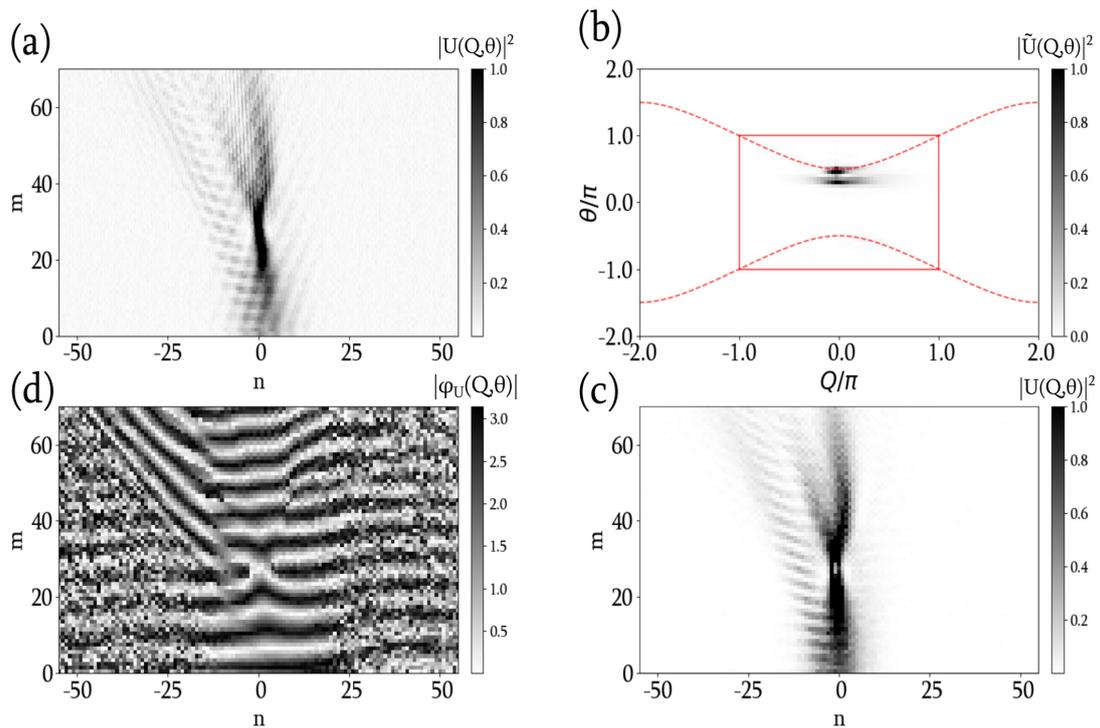


FIGURE 5.13 – **Expérience** : (a) Diagramme spatio-temporel de l’enveloppe du champ de l’anneau U dans le cas d’une excitation de la bande supérieure par un paquet d’ondes. (b) Bandes photoniques issues de la figure (a). (c) Diagramme spatio-temporel obtenu par transformée de Fourier inverse à deux dimensions du spectre de la figure (b). (d) Diagramme spatio-temporel du profil de phase du champ de la figure (c).

d’ondes durant son trajet.

La figure 5.14 reprend les deux diagrammes spatio-temporels du profil de phase à gauche pour l’expérience (en (a)) et à droite pour la simulation (en (b)). À partir de celles-ci, nous traçons dessous les profils de la phase pour les tours $m = 0$ en vert, $m = 24$ en orange et $m = 25$ en rouge. Ces traces sont obtenues en utilisant la fonction `unwrap` sous python, ainsi les valeurs de phase visibles s’étalent sur plusieurs valeurs de π (contrairement à celles des spatio-temporels où les valeurs sont comprises entre 0 et π).

Nous nous sommes placés juste avant ($m = 24$) et sur le point de compression ($m = 25$) pour mettre en avant le caractère de saut de phase π présent sur le point de compression. À cause de la périodicité (de la fonction `unwrap`), le saut de phase est retourné de haut en bas. Le saut de π est localisé au centre du paquet d’ondes et possède une largeur de $n \approx 7$ positions, ce qui correspond à peu près à la largeur de la structure compressée.

L’accompagnement d’un saut de π dans la phase au moment de la compression maximale est un phénomène bien connu dans la communauté de l’optique non linéaire. Ce dernier est observé dans de nombreux cas, par exemple, il est observé dans la formation de structure non linéaire appelé soliton de Peregrine 5.3.2 qui est une solution de l’équation de Schrödinger non linéaire [128].

L’avantage de cette méthode est d’obtenir un champ complexe à partir duquel nous pouvons tracer

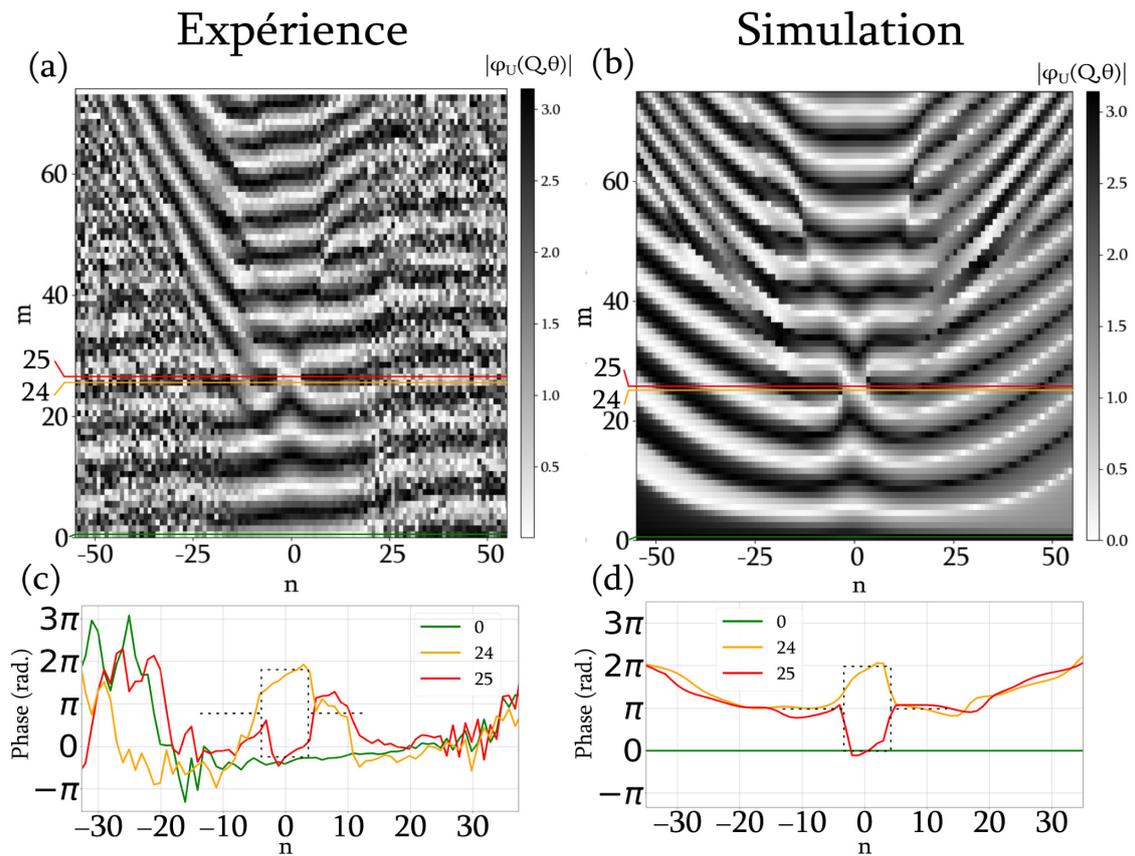


FIGURE 5.14 – (a-b) Diagrammes spatio-temporels de phase du champ $U(n, m)$. (c-d) Coupes transverses des diagrammes (a-b) aux tours $m = 0, 24, 25$.

l'évolution du profil de phase (comme dans la simulation). En utilisant cette approche, nous pouvons reconstruire le diagramme spatio-temporel complet (en amplitude et en phase) de la lumière durant sa propagation non linéaire dans la fibre optique.

Nous avons obtenus plusieurs autres résultats dans ce régime, deux d'entre-eux sont décrits en annexe B.

5.3 Étude numérique de quelques phénomènes non linéaires observables dans le réseau photonique

Dans cette partie, nous présenterons des résultats numériques. Les simulations effectuées ont pour but d'explorer différents phénomènes observables dans le double anneau. Nous nous intéresserons d'abord à la possibilité d'obtenir le phénomène d'instabilité modulationnelle sur la bande supérieure de la relation de dispersion, puis nous analyserons la formation du soliton de Peregrine, et enfin, nous générerons des ondes dispersives de chocs associées à la bande inférieure.

5.3.1 Instabilité modulationnelle

Le processus d'instabilité modulationnelle est un sujet d'étude important dans la communauté travaillant avec les fibres optiques. Il peut être vu comme un moyen de générer des impulsions courtes à des cadences élevées [129]. Par ailleurs, il peut être un obstacle dans la propagation d'impulsion sur de longues distances, notamment pour ses effets de décohérence [130, 131]. Récemment, l'instabilité modulationnelle a été étudiée dans le contexte de la génération de supercontinuum [132, 133]. La mesure de phase et d'amplitude en une seule mesure d'événements courts dans la fibre optique a permis d'observer des structures cohérentes d'instabilité modulationnelle [134].

Dans le domaine des réseaux photoniques topologiques, l'étude de l'instabilité modulationnelle permet l'expression d'un champ caractérisé par un nombre de Chern non trivial. Ainsi, en 2021 Leykam et al. [135] ont montré que l'instabilité modulationnelle ne dépend pas seulement des énergies propres mais aussi des propriétés géométriques du système. Alors, il est possible de mesurer des variations du nombre de Chern (qui est défini par la forme de la structure des bandes) dues à l'instabilité modulationnelle.

L'instabilité modulationnelle est le processus d'interaction d'une onde plane de fréquence ω linéairement instable avec de faibles perturbations de fréquences $\omega \pm \Omega$ dans un milieu non linéaire de type "focalisant" qui conduit à l'amplification des perturbations et à la déstabilisation de l'onde plane. Lorsque l'amplitude de la perturbation est faible devant celle de l'onde plane, les perturbations sont amplifiées de façon exponentielle. Dans les fibres optiques, ce phénomène peut être décrit par l'équation non linéaire de Schrödinger en régime focalisant ou défocalisant.

Analyse de stabilité linéaire

Nous étudions le stade linéaire de l'instabilité modulationnelle dans le double anneau décrit par les équations d'équation (5.1). De manière analogue au traitement effectué dans la référence [89], l'onde plane perturbée s'écrit :

$$\begin{bmatrix} u_n^m \\ v_n^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{P_0} + \delta u_n^m \\ \pm \sqrt{P_0} + \delta v_n^m \end{bmatrix} e^{i \frac{\theta_m}{2}}, \quad (5.6)$$

Les champs de perturbation δu_n^m et δv_n^m sont considérés comme perturbatifs et sont assez faibles,

de l'ordre de $|\delta u_n^m| \approx 0.01\sqrt{P_0}$, et les termes d'ordre supérieurs $\mathcal{O}((\delta u_n^m)^2)$ et $\mathcal{O}((\delta v_n^m)^2)$ sont négligés. Ces champs perturbatifs peuvent eux même s'écrire avec une période temporelle et spatiale de la forme :

$$\begin{bmatrix} \delta u_n^m \\ \delta v_n^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A e^{\frac{-i}{2}(\theta m + Qn)} + B^* e^{\frac{i}{2}(\theta m + Qn)} \\ C e^{\frac{-i}{2}(\theta m + Qn)} + D^* e^{\frac{i}{2}(\theta m + Qn)} \end{bmatrix}, \quad (5.7)$$

Lorsque l'on injecte cette solution dans les équations d'évolution (5.1), nous obtenons la relation de dispersion :

$$\cos \theta = \frac{1}{2}\chi P_0 \cos Q + \frac{1}{2} \cos Q \mp \sqrt{(\chi^2 P_0^2 + 2\chi P_0 + 1) \cos^2 Q + 2 \sin^2 Q - 4\chi P_0}. \quad (5.8)$$

Sur la figure 5.15 (a) nous avons tracé la partie réelle de la relation de dispersion (5.8) avec $P_0 = 1$ et $\chi = 0$. La relation de dispersion comporte les deux bandes originales de la relation de dispersion linéaire et deux bandes supplémentaires (verte et mauve). Ces dernières décrivent la dispersion de Bogoliubov qui résoud l'équation de Gross-Pitaevskii, voir la référence [89]. Dans le cas où $\chi \leq 0$, sur les figures (a) à (d), les solutions de la relation de dispersion sont toutes réelles pures, le système est stable. En revanche, lorsque la non linéarité $\chi > 0$, la relation de dispersion possède des valeurs imaginaires. Pour $\chi = 0.1$ en (e) et (f), la partie réelle des bandes vertes et mauves est nulle entre $Q = [-0.2, 0.2]$. En contre partie leur partie imaginaire est non nulle, voir la figure 5.15 (f). Sur cette dernière, on reconnaît la courbe de gain typique de l'instabilité modulationnelle observée historiquement par Tai [136]. Notons que la bande inférieure en vert (défocalisante), pour $\chi = 0.1$, possède aussi une courbe de gain. L'existence de l'instabilité modulationnelle dans le régime défocalisant a déjà été observée dans différentes recherches [137, 138, 139].

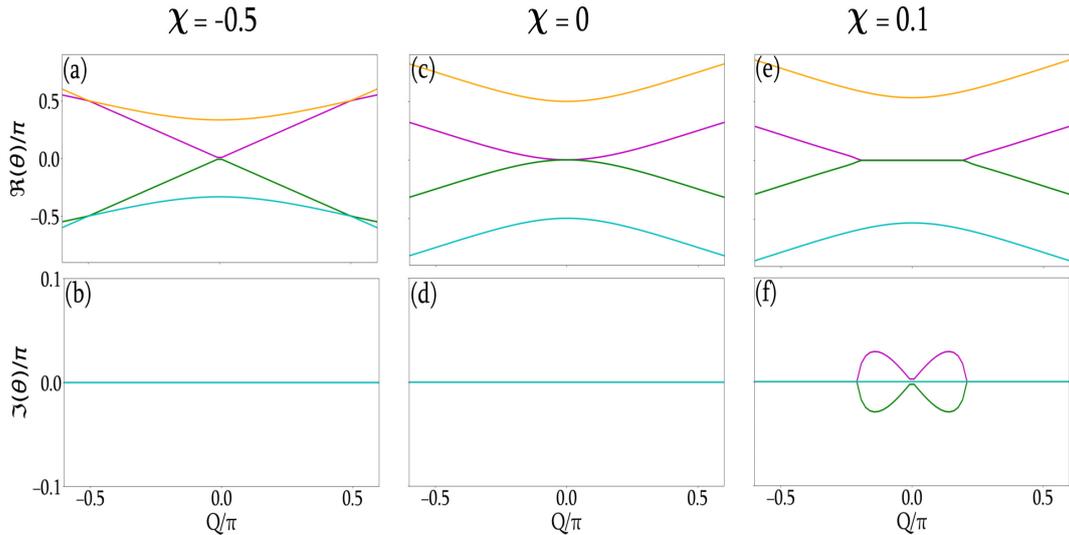


FIGURE 5.15 – Parties réelles et imaginaires des solutions θ de la relation de dispersion de l'équation (5.8). Les solutions de la relation de dispersion sont stables pour $\chi = -0.5$ (a-b) et $\chi = 0$ (c-d). Pour $\chi = 0.1$ (f-g), la relation de dispersion admet des valeurs imaginaires typiques d'un gain d'instabilité modulationnelle.

Génération de structures locales et observation spectrale

Pour illustrer le phénomène d'instabilité modulationnelle dans le double anneau, nous simulons la propagation d'ondes planes injectées dans les deux anneaux sur la figure 5.16, voir l'annexe C. Les ondes planes injectées possèdent une puissance $P_0 = 90 \text{ mW}$ perturbées par un bruit de 1%. Dans chaque anneau, le coefficient non linéaire γ vaut $2,4 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$.

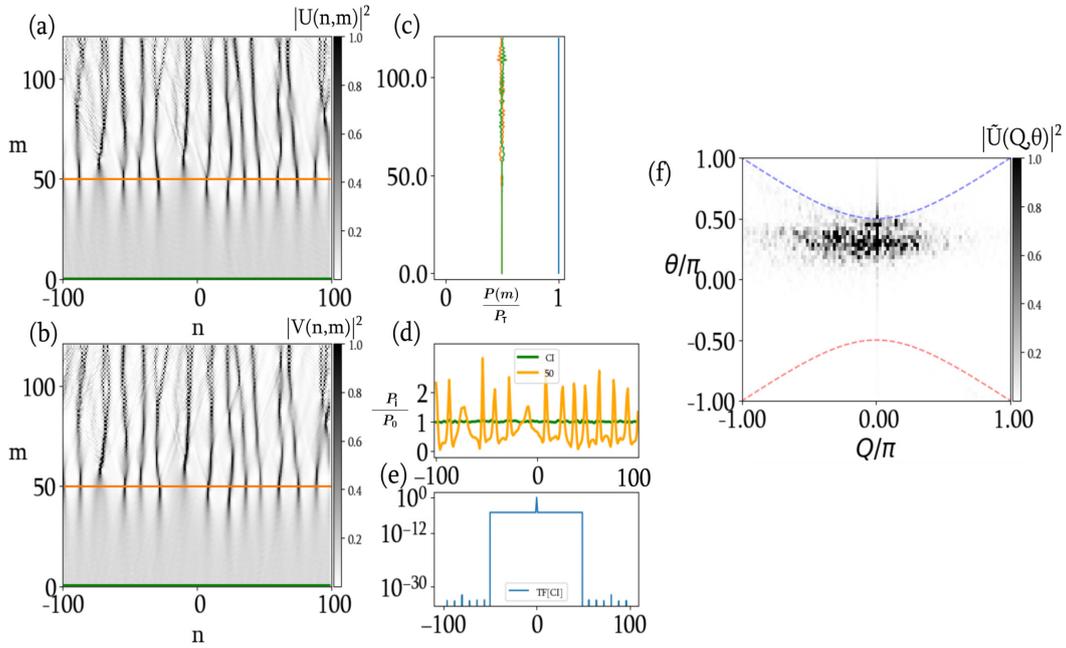


FIGURE 5.16 – **Simulation** : (a-b) Diagrammes spatio-temporels de l'anneau U et V . (c) Puissance normalisée dans l'anneau U (V) en orange (vert) et leur somme en bleu. (d) La condition initiale est une onde plane peu bruitée $|\delta u_n^m| = 0.01 \sqrt{P_0}$. (e) Le spectre de la condition initiale est bruité sur la moitié du spectre. (f) La bande photonique supérieure en bleu est excitée sur un seul mode Q .

Nous observons, dans les diagrammes spatio-temporels sur les figures 5.16 (a) et (b), la formation au cours du temps de structures cohérentes. Celles-ci commencent à se former vers $m = 20$ et deviennent clairement visibles vers $m = 50$, voir la figure 5.16 (d). Sur la figure 5.16 (f), on observe l'excitation de la bande supérieure sous laquelle se trouve une forte densité d'énergie.

Courbe de gain spectral

La signature typique de l'instabilité modulationnelle est sa courbe de gain spectrale. Pour mesurer celle-ci, nous retraçons sur la figure 5.17 (a) le diagramme spatio-temporel et nous traçons, en figure 5.17 (b), le spectre optique du tour $m = 0$ en bleu et celui du tour $m = 20$ en orange. Le spectre de la condition initiale excite seulement un point dans le spectre en $Q = 0$, puis, à mesure que l'onde plane se propage, celle-ci se déstabilise. Sur le spectre du tour $m = 20$ (en orange), on distingue nettement la formation de deux lobes autour de l'onde plane. Ces deux lobes se superposent à la courbe de gain de l'instabilité modulationnelle (en mauve) donnée par l'équation (5.8).

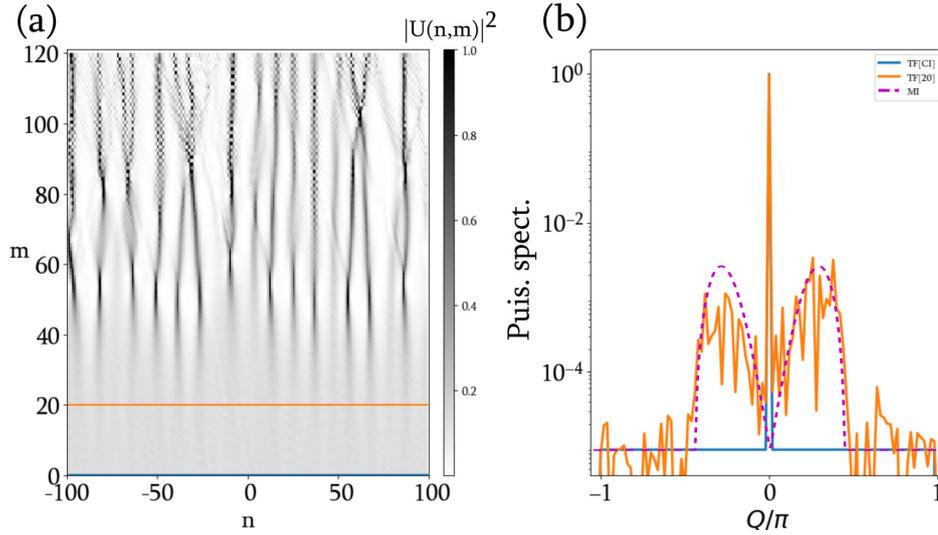


FIGURE 5.17 – **Simulation** : (a) Diagramme spatio-temporel de l'anneau U en présence d'instabilité modulationnelle. (b) Spectre optique des tours $m = 0$ en bleu et $m = 20$ en orange. En mauve, la partie imaginaire de la relation de dispersion analytique.

5.3.2 Soliton de Peregrine

Les solitons de Peregrine sont des solutions particulières de l'équation non linéaire de Schrödinger pour une onde sur fond continu. Ces structures sont localisées dans le temps et l'espace et peuvent atteindre une forte amplitude. Des expériences dans les fibres optiques ont permis d'observer ces structures [140, 141, 142]. Cette solution a été considérée comme un prototype d'onde scélérate [143, 144, 145].

Nous présentons sur la figure 5.18 une simulation dans laquelle nous injectons, dans un seul anneau, un paquet gaussien d'une largeur de 30 sites et d'une puissance crête de 45 mW. Une perturbation de phase de $\pi/2$ est appliquée de sorte à exciter seulement la bande supérieure, voir le paragraphe 4.3. Les simulations sont effectuées pour un taux de pertes en puissance par tour de $\alpha = 0.8\%$. La figure 5.18 (a) représente le diagramme spatio-temporel d'évolution l'anneau U . Nous voyons une première structure se former à $m \approx 40$, pour se scinder en deux puis en trois. La figure 5.18 (b) montre l'évolution spatio-temporelle de la valeur absolue de la phase du champ. Pour chaque compressions/dissociations nous observons une brisure brutale de la phase le long de l'axe n pour les tours $m = 41; 70; 150$. Pour chaque diagramme spatio-temporel (en amplitude en (a) et en phase en (b)), nous traçons sur les figures 5.18 les profils en amplitude en (c) et de la phase en (d) avant et après la première compression. Sur la figure 5.18 (c) le profil en amplitude indique une compression maximale en $m = 41$, la forme analytique du soliton de Pérégrine, dont la solution est donnée par l'équation 5.9, est tracée en pointillés noirs.

$$u_{SP}(n, m) = \left[1 - \frac{4(1 + 2im)}{1 + 4n^2 + 4m^2} \right] e^{im} \quad (5.9)$$

où $u(n, m)$ représente le champ complexe de l'onde.

La figure 5.18 (d), montre la phase associée aux profils en amplitudes, la valeur de la phase du champ

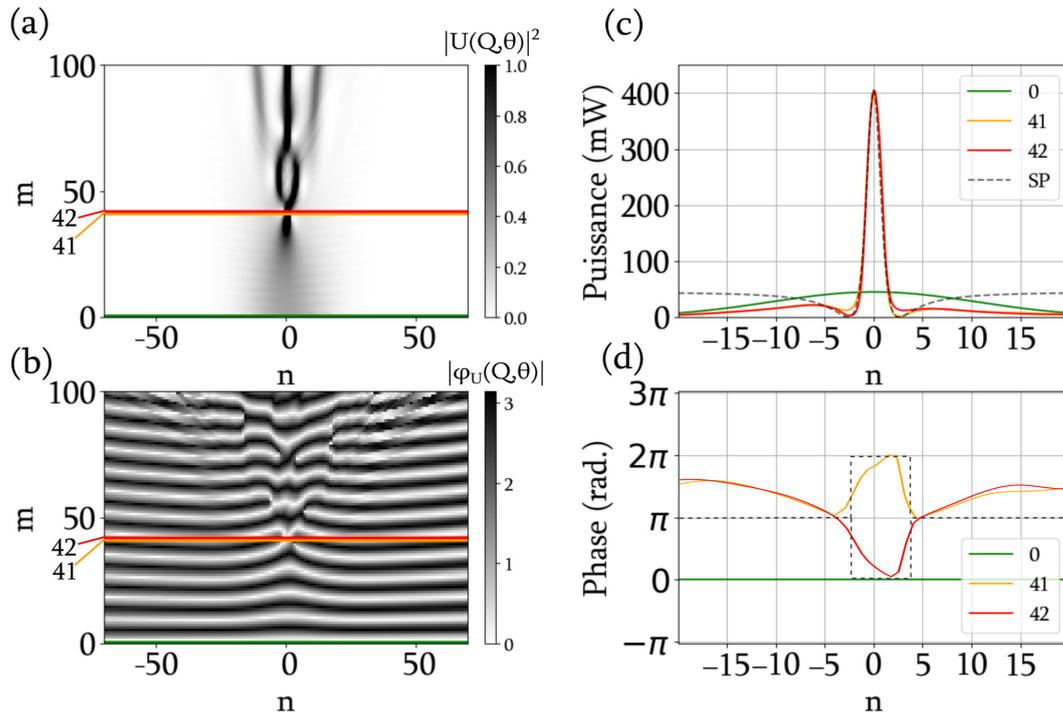


FIGURE 5.18 – **Simulation** : (a) Diagramme spatio-temporel de l’anneau U en puissance et en phase en (b). (c) Profils de puissance des tours $m = 0;41;42$. (d) Profils de la phase.

accumule une phase non linéaire au centre du profil et vaut π au tour $m = 41$, au tour suivant le profil de phase passe de haut en bas. Ce saut de phase est une caractéristique importante du soliton de Peregrine. Ce dernier est largement observé en optique non linéaire [140, 146, 141].

5.3.3 Effets non linéaires dans le régime défocalisant

Une particularité de notre système repose sur les deux sens de courbure présents dans la relation de dispersion. Nous avons déjà décrit certains effets non linéaires impliquant la bande supérieure, voir les paragraphes 5.2.5 et 5.3.1. Dans cette section, nous considérerons deux exemples d’effets non linéaires obtenus en régime défocalisant sur la bande inférieure. D’abord, nous étudierons l’apparition d’ondes de chocs dispersives, ensuite, nous présenterons la possibilité d’obtenir des solitons sombres.

Formation d’ondes de chocs dispersives par collision de paquets d’ondes

À l’inverse de la bande supérieure, qui présente une courbure focalisante 5.2.5, la bande inférieure présente une courbure défocalisante. Dans ce cas, l’impulsion de départ va voir sa largeur spatiale augmenter au cours du temps.

La figure 5.19 représente une simulation sans pertes des équations (5.1), dans laquelle une impulsion est injectée dans l’anneau V et excite exclusivement la bande inférieure. Pour cela nous utilisons la méthode d’excitation décrite dans le paragraphe 4.3⁴. L’impulsion de départ occupe une largeur

4. Cette fois le déphasage prend un signe négatif $\phi = -\pi/2$.

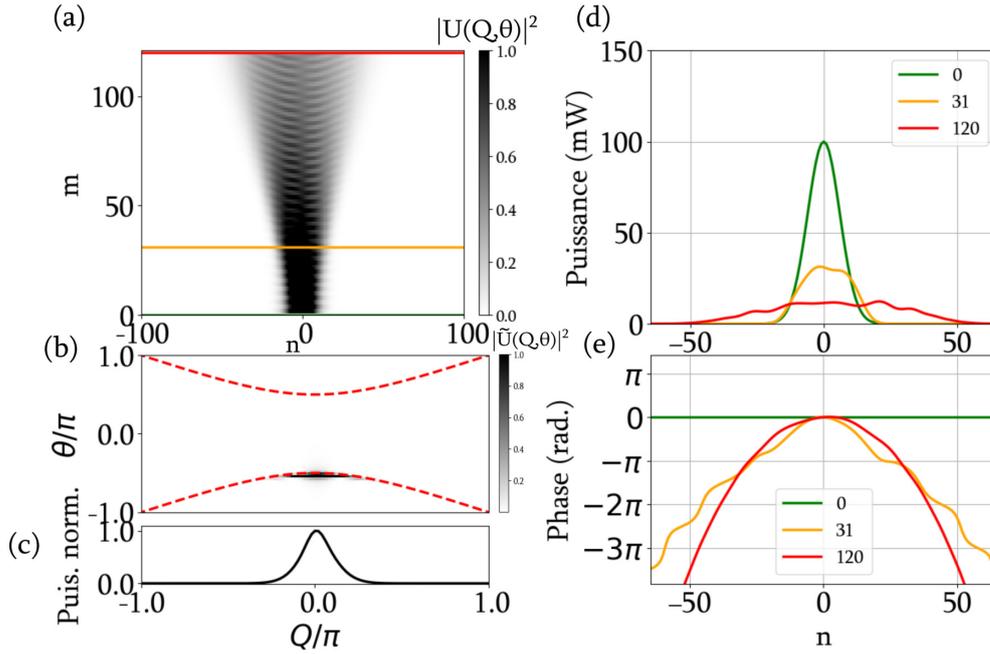


FIGURE 5.19 – **Simulation** : (a) Diagramme spatio-temporel de l’anneau U . (b) Spectre optique et relation de dispersion en pointillés rouges. (c) Profil du poids spectral dans la relation de dispersion. (d) Profils transverses du diagramme spatio-temporel pour les tours $m = 0; 31; 120$. (e) Profils de phase.

de $n = 20$ sites, et s’étale sur une largeur de $n \approx 70$ sites au tour $m = 120$, voir la figure 5.19 (d). La relation de dispersion, en figure 5.19 (b), montre que seule la bande inférieure est excitée autour de $Q = 0$. En (c), nous intégrons la puissance spectrale selon l’axe Q , on peut voir que l’on conserve une forme gaussienne. Les profils de la phase sur la figure 5.19 (e) retranscrivent l’aspect défocalisant de la bande inférieure avec des profils de phase en forme de cloche.

Puisque l’impulsion s’élargit spatialement dans le temps, nous pouvons nous intéresser au comportement de deux impulsions (spatialement proches au moment de l’injection) et de leur interaction au moment de leur collision. Cette collision mènera au choc des deux impulsions et à la formation d’onde de chocs dispersives [147, 148, 149]. Pour observer ce phénomène, nous allons considérer la propagation de deux paquets d’ondes gaussiens relativement proches à l’instant initial $m = 0$. Nous utilisons les paramètres de l’expérience avec $\bar{L} = 0,53 \text{ km}$ et $\gamma = 2,4 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$. Les impulsions prennent la forme $V(n, 0) = P_0(\exp[-(m - \Delta)^2/2\sigma^2] + \exp[-(m + \Delta)^2/2\sigma^2])$ où $P_0 = 100 \text{ mW}$ et Δ la demi largeur de séparation. Sur la figure 5.20 nous injectons deux paquets d’ondes identiques mais séparés de 50 sites. À cette distance, le profil des deux impulsions retombe à zéro de sorte à ne pas créer de recouvrement à $m = 0$. On peut voir sur le spatio-temporel, en figure 5.20 (a), que l’évolution des deux impulsions change complètement au moment de leur collision au tour $m \approx 50$. En effet, nous observons la formation de structures sombres, voir le profil en rouge sur la figure 5.20 (d). Les profils de la phase associés aux structures sombres montre qu’il n’y a pas de force répulsive au centre (autour de $n = 0$ le profil de phase en rouge est plat). Le profil spectral, sur la figure 5.20 (c), montre une segmentation de la répartition de l’énergie sur la bande inférieure de la relation de dispersion, certains modes propres sont annihilés.

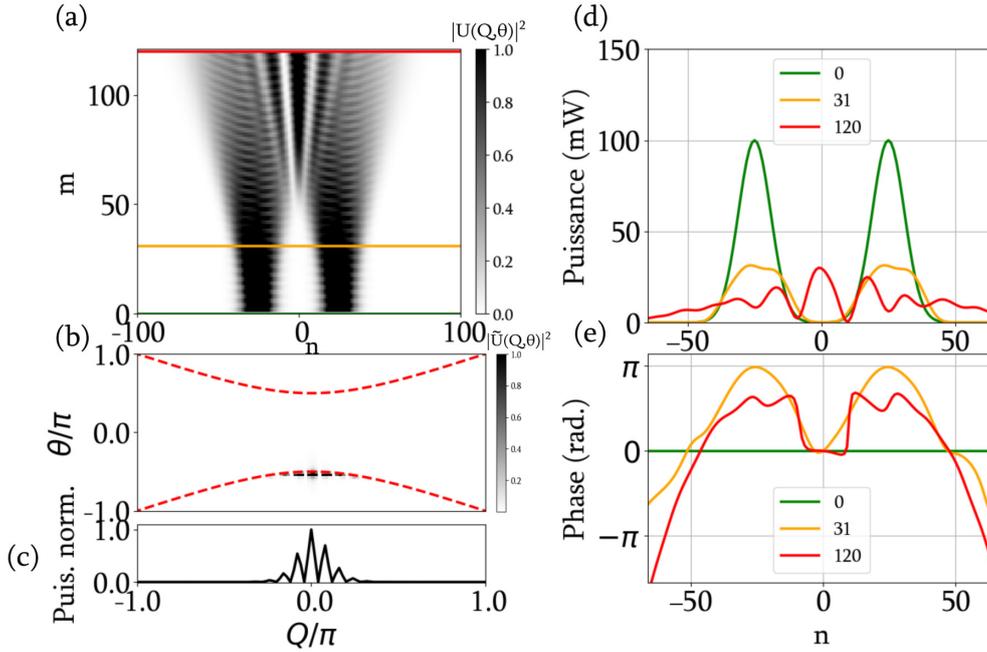


FIGURE 5.20 – **Simulation** $\Delta = 25 \mathbf{n}$: (a) Diagramme spatio-temporel de l’anneau U . (b) Spectre optique et relation de dispersion en pointillés rouges. (c) Poids spectral dans la relation de dispersion. (d) Profils en amplitude des tours $m = 0; 31; 120$. (e) Profils de phase.

Génération de soliton sombre

En régime focalisant, le système ne peut supporter que des solitons dits *brillants*, voir la section 5.2.5. En revanche, il peut supporter des solitons dits *sombres* en régime défocalisant.

Sur la figure 5.21, nous présentons une simulation du double anneau dans lequel la condition initiale pour l’anneau V s’écrit :

$$|A(n, 0)| = \eta [B \tanh(\epsilon) - i \sqrt{1 - B^2}], \quad (5.10)$$

où $\epsilon = \eta B(n)$, le paramètre B donne la profondeur du creux et η définit l’amplitude du fond continu. Nous utilisons les paramètres standards du régime non linéaire de la section 5.3.3, ici le fond continu est de 80 mW et le creux est total ($B = 1$).

Le diagramme spatio-temporel, sur la figure 5.21 (a), montre la trace d’un soliton sombre au cours de la propagation. Les profils d’amplitude sur les figures 5.21 (d), indiquent que la forme du creux reste constante sur de longues distances (voir les profils orange et rouge). Le choix de placer le saut de phase au centre permet de générer le soliton au centre. Le saut de phase doit valoir exactement π , voir le profil de phase sur la figure 5.21 (e). Les observations sur le spectre sur les figures 5.21 (b-c) indiquent que la répartition de la puissance spectrale possède un creux en son centre de sa distribution sur la bande inférieure de la relation de dispersion.

L’observation de ces solitons sombres a déjà été réalisée dans diverses recherches expérimentales dans les fibres [150, 151] et dans les réseaux photoniques [152].

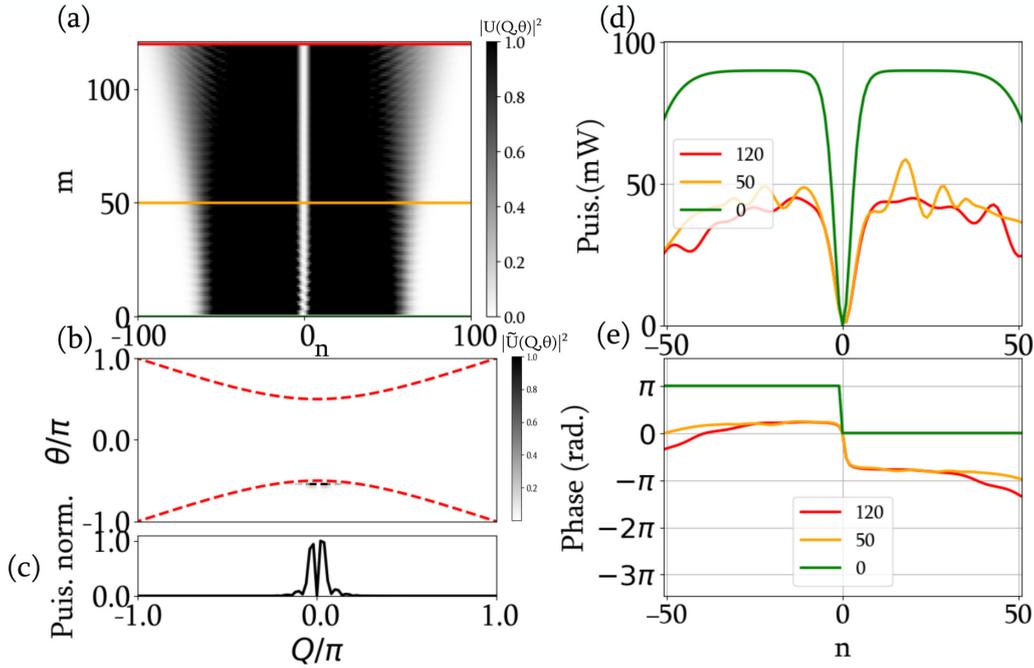


FIGURE 5.21 – **Simulation** : (a) Diagramme spatio-temporel de l’anneau U . (b) Spectre optique et relation de dispersion en pointillés rouges. (c) Poids spectral dans la relation de dispersion. (d) Profils transverses du diagramme spatio-temporel pour les tours $m = 0; 50; 120$. (e) Profils de phase.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié les conséquences des effets non linéaires sur la dynamique de la lumière dans le réseau. Les équations (5.1) décrivent parfaitement la dynamique de la lumière en présence d’effet kerr. Nous avons expliqué les modifications apportées au dispositif expérimental pour produire des effets non linéaires. Différents phénomènes non linéaires ont été observés, nous avons analysé la formation de structures solitoniques dans leur évolution spatio-temporelle, ainsi que dans la structure des bandes. Les études de la réponse impulsionnelle et de la propagation de paquets d’ondes indiquent la présence d’une forte signature non linéaire dans le spectre. On observe l’apparition de nouveaux états propres non prédit par la relation de dispersion linéaire. Nous avons étudié la dispersion due à une seule courbure et grâce à un processus de reconstruction du champ lumineux, nous avons pu décrire précisément le phénomène d’accumulation de phase non linéaire.

Finalement, à l’aide de simulations numériques, nous avons proposé d’observer d’autres phénomènes non linéaires. Le processus d’instabilité modulationnelle peut être obtenu sur la bande supérieure de la relation de dispersion. L’injection d’une onde plane dans cette configuration provoque la formation de structures cohérentes localisées et la mesure du spectre de ceux-ci montre une courbe de gain typique de l’instabilité modulationnelle. En régime défocalisant, nous obtenons des phénomènes connus du domaine de l’optique non linéaire. Nous avons observé la formation d’ondes de chocs dispersives, celles-ci altèrent la répartition de l’énergie dans le spectre. Aussi, nous avons vu qu’il est possible de générer des solitons sombres sur un fond continu et que leur formation provoque une discontinuité dans la répartition spectrale de l’énergie sur la relation de dispersion.

Conclusions et perspectives

Conclusion Générale

Les travaux présentés dans ce manuscrit sont consacrés à l'étude de la dynamique des ondes linéaires et non linéaires se propageant dans un réseau photonique construit avec deux anneaux fibrés couplés entre eux. Une partie du manuscrit concerne la réalisation du réseau et l'observation expérimentale de la relation de dispersion dans un cadre linéaire (chapitre 2). Dans ce cadre, nous avons démontré que la mesure des états propres du système était possible grâce à l'analyse des composantes spectrales de la relation de dispersion (chapitre 3). Ensuite, nous avons prouvé la possibilité de contrôler l'excitation et la forme de la structure des bandes (chapitre 4). Dans la dernière partie, nous avons étudié l'impact des effets non linéaires sur la propagation des ondes dans le réseau (chapitre 5).

Dans le chapitre 1, sur un plan historique nous avons présenté différents travaux menés dans les réseaux photoniques périodiques dans l'espace, sur une dimension synthétique et dans le temps. La plupart des études analysent le déplacement d'impulsions lumineuses dans le réseau. Certaines mesures permettent d'observer la relation de dispersion mais celles-ci sont souvent indirectes et nécessitent plusieurs acquisitions. Ensuite, nous avons présenté le modèle du double anneau. Nous avons expliqué le principe de multiplexage temporel pour créer une nouvelle dimension spatiale. Et, nous avons décrit le modèle mathématique pour exprimer la propagation de la lumière dans le réseau. Nous avons vu que cette propagation est déterminée par une structure de bande. Nous avons cité quelques mesures expérimentales des bandes photoniques du double anneau et nous avons expliqué notre méthode pour observer la relation de dispersion du double anneau.

Dans le chapitre 2, nous avons mené une étude expérimentale détaillée dans laquelle nous mesurons avec précision l'ensemble des bandes photoniques de la relation de dispersion en une seule acquisition. Nous avons commencé par décrire notre dispositif expérimental, avec la conception des deux anneaux fibrés couplés. Nous avons vu que notre dispositif est doté de matériaux et éléments intéressants pour assurer une propagation cohérente de la lumière (fibre (PMF), éléments à forte extinction, grande bande passante) mais surtout d'un oscillateur local. Cet oscillateur local est le dispositif décisif qui permet une mesure hétérodyne de la phase, il est fabriqué à partir d'une boucle fibrée à laser Brillouin. L'oscillateur local fournit une onde de référence décalée en fréquence qui lorsqu'elle est combinée avec le signal sortant du double anneau, produit un battement dans lequel la phase du champ est encodée. L'opération d'une transformée de Fourier à deux dimensions du

diagramme spatio-temporel de la réponse impulsionnelle munie de ce battement, permet d'observer la relation de dispersion complète du système. Ensuite, nous avons montré que l'étude locale de la relation de dispersion est possible par l'injection de paquets d'ondes.

Dans le chapitre 3, nous sommes allés plus loin. En mesurant les composantes complexes de la relation de dispersion, nous avons décrit et mesuré les états propres du système. Nous avons mesuré les puissances spectrales et les valeurs de la phase présents sur la structure des bandes. Les profils individuels (sur chacune des bandes) obtenus montraient des différences avec le modèle mais le rapport des deux profils demeurait proche du profil analytique. Cela a conduit à la mesure des deux vecteurs propres du système, ainsi nous rapportons une analyse complète du système. À travers ces mesures, nous avons prouvé que notre dispositif est efficace pour analyser les propriétés de dispersion du système avec une grande précision. Pour finir nous nous sommes intéressés, via des simulations numériques, aux effets dissipatifs sur les vecteurs propres. Nous en avons conclu que ceux-ci étaient robustes aux pertes à caractère perturbatifs.

Dans le chapitre 4, nous nous sommes intéressés à la déformation de la structure des bandes par une modulation de phase. Nous avons montré qu'il est possible de contrôler les propriétés de dispersion. Par exemple, nous avons appliqué une modulation de phase périodique dans un seul anneau pour modifier complètement la forme de la relation de dispersion. Grâce à plusieurs mesures expérimentales, dans lesquelles la valeur de l'amplitude de la modulation de phase varie, nous avons démontré que la structure des bandes se déforme entièrement. Globalement, on assiste à un rapprochement des deux bandes de la relation de dispersion.

Ensuite, nous avons exploité le principe de modulation de phase pour exciter des valeurs particulières de la structure des bandes. Avec cette technique, nous avons montré expérimentalement que seulement une bande photonique pouvait être excitée.

Dans le chapitre 5, nous avons étudié la propagation des impulsions en présence d'effets non linéaires.

Dans un premier temps, nous avons défini les conséquences de l'effet Kerr dans les équations couplées. Il s'avère que lorsque l'effet Kerr est suffisamment présent, celui-ci peut compenser les effets de dispersion. Dans ce cas, nous avons montré que l'on peut générer des solitons discrets et que ceux-ci possèdent une signature spectrale non définie par la relation de dispersion linéaire.

Dans un second temps, nous avons expliqué les changements que nous avons apporté au dispositif expérimental pour générer des effets non linéaires. Notre approche a consisté à l'ajout de longueur de fibre optique (dans les deux anneaux) et à l'augmentation des puissances optiques se propageant dans le réseau. Nous avons observé la formation de structures locales dans les diagrammes spatio-temporels, ainsi qu'une signature claire du contenu solitonique dans la structure des bandes. Ensuite, nous avons vu que la bande supérieure présente une courbure focalisante, sous laquelle nous avons observé des structures solitoniques. Ces structures solitoniques possèdent différentes positions dans le spectre en fonction du niveau de non linéarité présent dans la propagation des impulsions. Grâce à une reconstruction du champ complexe, nous avons tracé l'évolution du profil de la phase de l'impulsion le long de sa propagation. Nous avons mesuré des sauts de phase sur les paquets d'ondes en accord avec la théorie.

Dans un troisième temps, nous avons exploré, via des simulations numériques, d'autres effets non

linéaires liés à l'aspect focalisant, ainsi que des effets non linéaires liés aux propriétés défocalisantes de la bande inférieure. Lorsque nous réalisons une analyse de stabilité linéaire d'une onde plane peu bruitée à partir des équations couplées, celle-ci montre qu'elle peut être stable ou instable selon l'indice de la non linéarité. Nous avons déterminé les paramètres nécessaires pour obtenir une instabilité modulationnelle. Ensuite, nous avons montré que l'on peut obtenir des solitons de Pérégrine dans le double anneau. Ces solitons présentent une forme particulière avec un saut de phase au moment de leur formation. Enfin, nous avons décrit différents phénomènes non linéaires en régime défocalisant. Nous avons montré que l'on peut générer des ondes de chocs à partir de la collision de paquets d'ondes. Ces ondes de chocs possèdent des profils de phases plats et ils engendrent une discontinuité de l'excitation spectrale de la relation de dispersion. Également, nous avons montré qu'il est possible de générer des solitons sombres. Leur propagation est marquée par un saut de phase en leur centre. De même, la répartition de l'énergie sur la relation de dispersion indique l'absence de certains modes.

Perspectives

L'observation de la structure de bande, réalisée dans le double anneau, offre beaucoup de perspectives. Dans le cadre de ce manuscrit, nous nous sommes principalement intéressés aux propriétés dispersives de la lumière et à ses états propres dans différents régimes, mais cette observation permet aussi d'étudier d'autres phénomènes et propriétés physiques. Par exemple, sur le thème des effets non linéaires, nous avons montré que l'aspect défocalisant d'une bande peut fournir des phénomènes physiques très intéressants, voir la section 5.3.3.

Concernant les propriétés topologiques, récemment, nous avons changé le coupleur fixe par un coupleur variable. Le ratio du coupleur peut être modifié pendant la propagation d'une impulsion lumineuse dans le réseau. Cela permet de générer de nouvelles propriétés topologiques [16, 153]. De nombreuses recherches cherchent à mesurer les propriétés topologiques dans des systèmes complexes [99, 12]. Dans ce sens, la mesure des vecteurs propres (notamment de leur profil de phase) est une technique efficace pour la mesure d'invariants topologiques [154, 155, 156, 157].

Dans notre groupe, nous avons mesuré un invariant topologique [102], il est nommé le nombre d'enroulement v (en anglais *winding number*). Cet invariant apparaît lorsqu'une phase accumulée par la bande vient briser une symétrie apparente du système. Plus précisément, le nombre d'enroulement indique combien de fois la bande s'enroule sur elle-même le long de l'axe du moment de Bloch Q en fonction d'un paramètre externe (une modulation de phase) [158]. Sur la figure 5.22, nous traçons un cas où $v = 0$ (figures (a-c-e) à gauche) et un cas où $v = 1$ (figures (b-d-f) à droite), le paramètre K est une autre manière d'écrire v . Sur la figure 5.22 (a), les bandes se déforment sous l'action d'une phase et se déplacent le long des quasi-énergies (c-e) mais ne s'enroulent pas. En revanche, sur les figures 5.22 (b-d-f), les bandes traversent entièrement l'axe des énergies et s'enroulent en s'inclinant à mesure que ϕ varie.

Les mesures effectuées dans ces travaux, mettent en valeur les techniques d'observations proposées dans ce manuscrit mais elles sont aussi le début de futures mesures des propriétés topologiques fondamentales dans les réseaux photoniques fibrés.

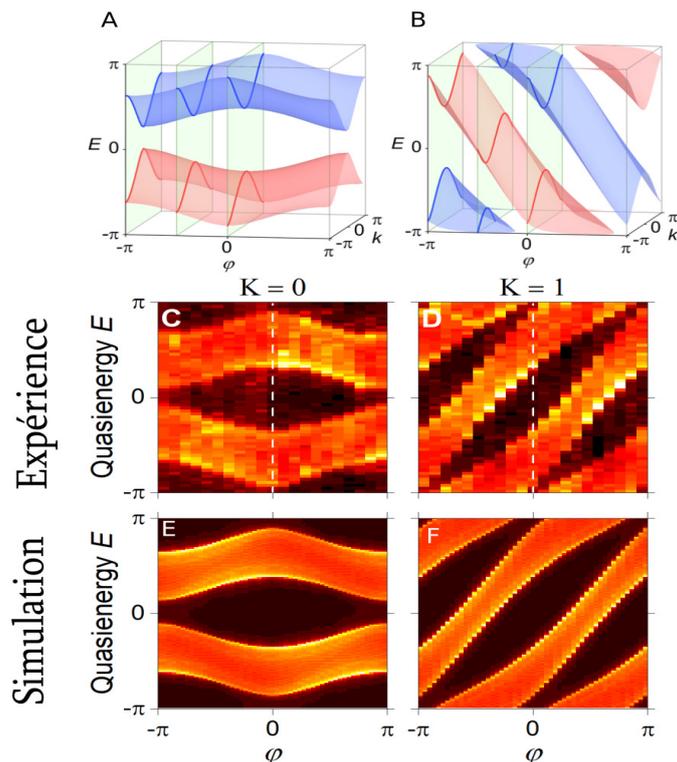


FIGURE 5.22 – Enroulement de la structure des bandes photoniques dans le double anneau. (a) $v = 0$, structure de bandes en fonction de (E, k, ϕ) . (c-e) $v = 0$, structure de bandes en fonction de (E, ϕ) . De même pour (b-d-f) avec $v = 1$. [102]

Une autre direction intéressante pour les études futures, serait de doter le double anneau d'un nouvel anneau supplémentaire. Cela étendrait le système vers une deuxième dimension spatiale. Typiquement, la technique de multiplexage temporel décrite dans la section 1.2.1 est applicable pour créer d'autres dimensions spatiales.

Ce type de système a été implémenté par A.Muniz et al. [111, 105]. La figure 5.23 (b) décrit le déplacement d'une impulsion lumineuse dans le système expérimental de la figure 5.23 (a) dont un schéma simple se situe sur la figure 5.23 (c). L'impulsion de départ (en mauve) est injectée dans un anneau, puis elle se divise en deux impulsions plus faibles en passant par le premier coupleur. C'est à ce moment que les impulsions se déplacent sur l'autre axe spatial vertical (voir la figure 5.23 (b)) pour se déplacer de haut en bas, puis elles passent sur le deuxième coupleur pour retrouver l'axe initial (horizontal) pour se déplacer de droite à gauche, et ainsi de suite. Chaque anneau comporte une série d'éléments permettant d'appliquer des modulations (de phases et de gains) pour étudier différents phénomènes physiques. Notamment, le modulateur de phase permet d'étudier de nouvelles formes de la structure des bandes [159] ou encore des oscillations de Bloch [160]. De mêmes, les effets non linéaires peuvent être étudiés, on peut observer des structures solitoniques dans un réseau à deux dimensions [111].

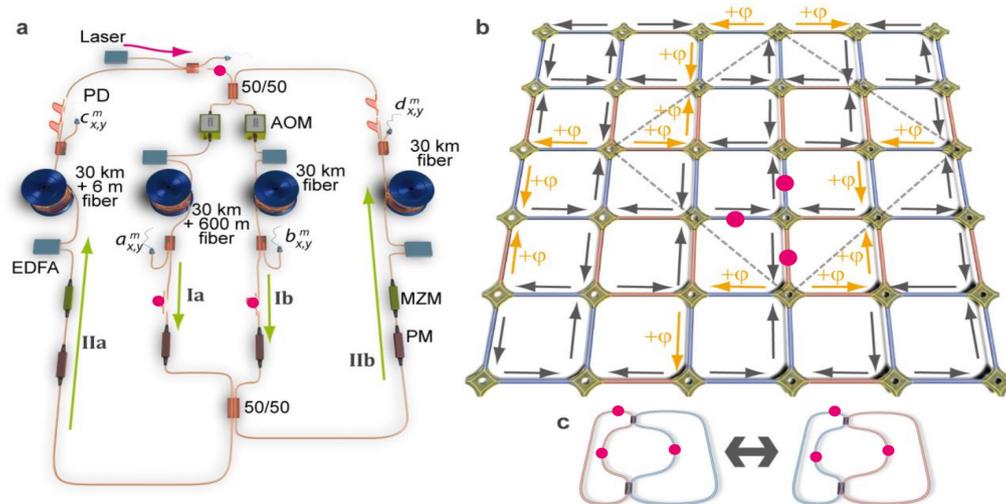


FIGURE 5.23 – (a) Dispositif expérimental du système à deux dimensions. (b) Schéma du réseau photonique à deux dimensions, l'impulsion se propage de droite à gauche et de haut en bas. (c) Schéma simplifié du réseau photonique (a-b). [111]

En plus des perspectives données à la fin du chapitre 5, nous espérons que les résultats et les perspectives prometteuses encourageront à poursuivre les recherches dans les réseaux photoniques fibrés.

Dérivation de la relation de dispersion

A.1 Relation de dispersion

Nous développons les expressions générales du système du double anneau (voir le schéma A.1) exprimées par les équations A.1. Ces expressions sont présentées dans le premier chapitre (1.6). Ici, le taux de couplage entre les sites du réseau est représenté par la variable α .

$$u_n^{m+1} = (u_{n+1}^m \cos \alpha + i v_{n+1}^m \sin \alpha) e^{i\phi(m)} \quad (\text{A.1a})$$

$$v_n^{m+1} = (i u_{n-1}^m \sin \alpha + v_{n-1}^m \cos \alpha) \quad (\text{A.1b})$$

La périodicité en temps et en espace permet l'utilisation de la solution de la théorie de Floquet-Bloch :

$$\begin{pmatrix} U_n^m \\ V_n^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} e^{i\frac{Qn}{2}} e^{i\frac{\theta_n m}{2}}. \quad (\text{A.2})$$

Nous injectons la solution A.2 dans le jeu d'équations A.1 pour obtenir une forme générale pour toute valeur de α et ϕ :

$$1 - \cos \alpha e^{i\frac{\theta}{2}} (e^{-i\frac{Q}{2}} + e^{i\frac{Q}{2}} e^{i\phi(m)}) + e^{iQ} e^{i\phi(m)} = 0 \quad (\text{A.3})$$

La résolution de cette équation nous donne la relation de dispersion :

$$\theta_{\pm}(Q, \phi(m)) = \pm \arccos [\cos Q \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos \phi(m)] \quad (\text{A.4})$$

$$(\text{A.5})$$

Lorsque que l'on utilise le coupleur avec un ratio 50 : 50, soit $\alpha = \pi/4$, nous obtenons :

$$\theta_{\pm}(Q, \phi(m)) = \pm \arccos \left[\frac{1}{2} \cos Q - \cos \phi(m) \right] \quad (\text{A.6})$$

On peut calculer le rapport des amplitudes complexes :

$$R = \frac{V}{U} = \frac{i}{\sqrt{2} e^{i\frac{Q}{2}} e^{i\frac{\theta}{2}} e^{-i\phi(m)} - 1} \quad (\text{A.7})$$

L'argument de ce rapport pour $\phi(m) = 0$ donne : $\text{Arg}(R(Q)) = Q/2$.

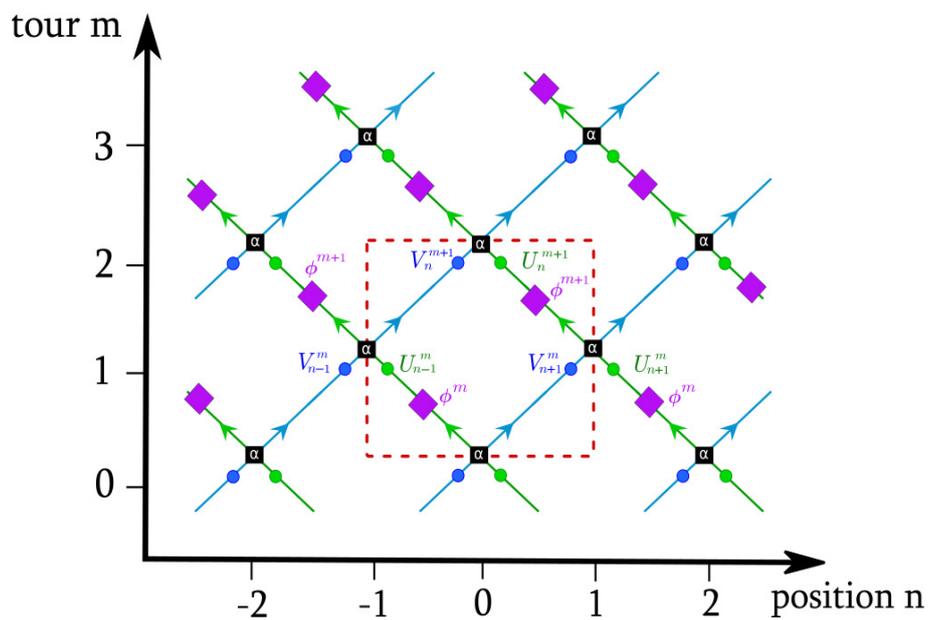


FIGURE A.1 – Schéma du réseau photonique, la propagation dans l’anneau U (V) est représentée par les lignes vertes (bleues). Les sites du réseau sont dessinés en carrés noirs, le taux de couplage vaut α , la cellule unitaire est représentée en tirés rouges. Une modulation de phase ϕ peut être appliquée à chaque tour dans l’anneau U à l’aide du modulateur de phase en violet.

Résultats supplémentaires sur les paquets d'ondes en régime non linéaire

Dans cette annexe nous apporterons des résultats expérimentaux supplémentaires à ceux présents dans le chapitre 5. Nous présenterons les résultats expérimentaux avec une vue globale sur un anneau. Ce dernier est comparé à une simulation qui reprend les paramètres expérimentaux mesurés.

B.1 Excitation de la bande focalisante par un paquet d'ondes

Nous reprenons ici les conditions expérimentales en régime focalisant, voir le paragraphe 5.2.5 et nous présentons de manière complète les résultats obtenus.

Sur la figure B.1, le paquet d'ondes, injecté dans l'anneau V , possède une largeur de 10 sites et sa puissance optique est de ~ 40 mW. Le déphasage appliqué au début (selon la méthode 4.3) permet d'exciter principalement la bande supérieure (focalisante). La partie droite résume les mesures expérimentales et celle de gauche attribue une simulation à partir des paramètres expérimentaux. Sur les figures B.1 (a-g), nous traçons les diagrammes spatio-temporels de l'anneau U . Nous observons une légère compression au tour $m \approx 30$. Le système comporte de faibles pertes, voir les figures B.1 (c-i). Les transformées de Fourier à deux dimensions sont tracées sur les figures B.1 (b-h), seule la bande supérieure est excitée en $Q = 0$ (voir les figures B.1 (d-j)), la courbure associée à cette bande est à l'origine de la compression du paquet d'ondes. On peut voir sur les figures B.1 (e-k) l'évolution spatio-temporelle du profil de phase du paquet d'ondes. La dynamique est la même que celle décrite dans la section 5.2.5, mais ici, le paquet d'ondes est moins puissant. Ainsi, la phase accumulée est moins importante. Sur les figures B.1 (f-l) nous traçons les profils de phase des tours $m = 0, 27; 41$. Au centre de ces profils, l'accumulation de phases non linéaire provoque un saut de phases qui dépasse la valeur de π au tour $m = 40$.

Sur la figure suivante B.2, le paquet d'ondes injecté est proche de celui de la figure précédente mais il possède une largeur de 20 sites et une puissance optique de ~ 55 mW. Pour ce dernier, la phase non linéaire accumulée est plus importante, de sorte que celle-ci passe la valeur de π au tour $m = 21$. Ce résultat est proche de celui montré en section 5.9, mais cette fois après la compression du paquet d'ondes on peut voir plusieurs divisions de celui-ci.

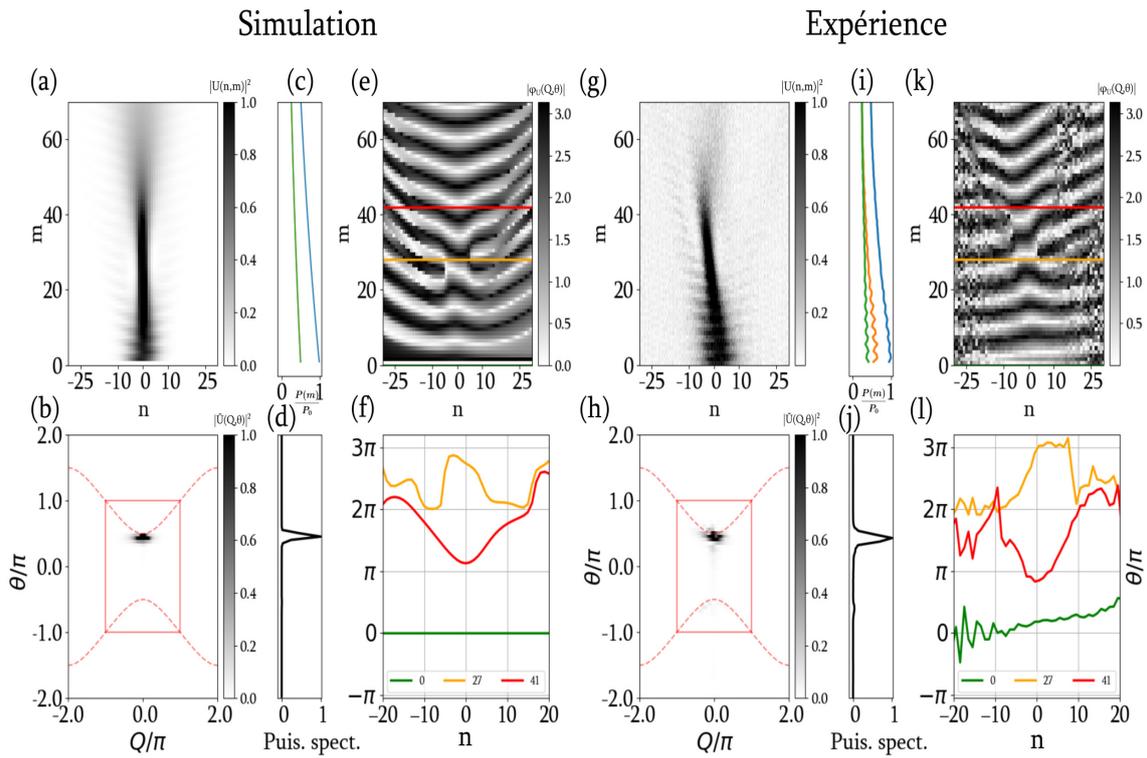


FIGURE B.1 – **Simulation à gauche et expérience à droite** (a-b) Diagrammes spatio-temporels de l’anneau U . (b-h) Structures des bandes photoniques. (c-i) Évolution de la puissance moyenne dans les deux anneaux (en vert pour V et orange pour U et leur somme en bleu $\alpha = 1\%$). (d-h) Poids spectral de la structure de bande intégré le long de l’axe θ . (e-k) Dynamique spatio-temporelle du profil de phase. Les coupes des profils de phases sont tracées en (f-l) sur lesquelles nous voyons l’accumulation de phase non linéaire.

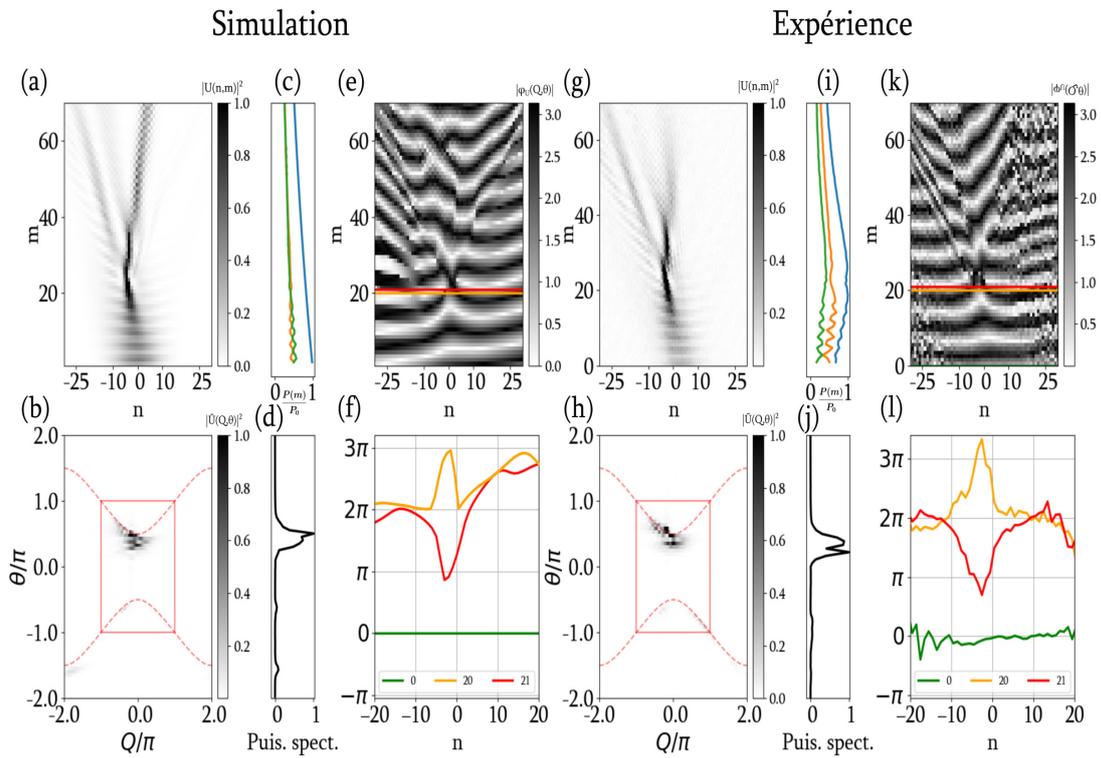


FIGURE B.2 – **Simulation à gauche et expérience à droite** (a-b) Diagrammes spatio-temporels de l’anneau U . (b-h) Structures des bandes photoniques. (c-i) Évolution de la puissance moyenne dans les deux anneaux (en vert pour V et orange pour U et leur somme en bleu $\alpha = 0.7\%$). (d-h) Poids spectral de la structure de bande intégré le long de l’axe θ . (e-k) Dynamique spatio-temporelle du profil de phase. Les coupes des profils de phases sont tracées en (f-l) sur lesquelles nous voyons l’accumulation de phase non linéaire.

Excitation d'un mode propre de la relation de dispersion

C.1 Projection d'une condition initiale sur un mode propre de la relation de dispersion

La largeur spatiale des différentes injections décrites dans les chapitres 1 et 2 provoquent dans le spectre l'excitation de plusieurs modes Q . À l'aide d'une approche différente, il est possible d'exciter un unique mode Q de la relation de dispersion, qui plus est, sur une seule bande. Autrement dit, un seul mode propre (θ_{\pm}, Q) peut être excité. Cette méthode n'a pas été expérimentée mais elle est employée dans des simulations pour le processus d'instabilité modulationnelle étudié dans le paragraphe 5.3.1.

Cette technique repose sur l'injection d'une onde plane dans les deux anneaux. Notons que cette excitation ne demande aucune modulation de phase particulière. Pour des raisons expliquées dans la partie 5.3.1, nous perturbons légèrement l'onde plane avec un niveau de bruit faible :

$$\begin{bmatrix} u_n^m \\ v_n^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{P_0} + \delta u_n^m \\ \pm \sqrt{P_0} + \delta v_n^m \end{bmatrix} e^{i \frac{\theta_m}{2}}, \quad (\text{C.1})$$

avec P_0 l'amplitude (de quelques milliWatts en régime linéaire), δu_n^m et δv_n^m de faibles perturbations. Il est possible de choisir l'une des deux bandes en fonction du signe dans l'équation C.1. L'excitation est contenue sur la bande supérieure (inférieure) pour la solution comportant le signe - (+).

Une application pratique est présentée sur la figure C.1. La condition initiale est une onde plane peu bruitée décrite par l'équation C.1 et nous avons choisi d'exciter la bande supérieure. Elle est tracée sur la figure C.1 (d), et elle est injectée dans les deux anneaux U et V . Une fois injectées, les conditions initiales se propagent dans les deux anneaux. Sur les diagrammes spatio-temporels C.1 (a) et (b), on peut voir que les ondes planes conservent leurs formes (seul le bruit provoque de légères trajectoires). Le résultat dans le spectre, sur la figure C.1 (f), confirme l'excitation de la bande supérieure (en bleu). Sur laquelle un seul point de la relation de dispersion $\theta_+(Q)$ est excité (ici en $Q = 0$). En complément, le poids des composantes spectrales le long des bandes (supérieure en bleu et inférieure en rouge) est mesuré et tracé sur la figure C.1 (g). On voit clairement l'excitation d'une seule valeur propre sur la bande supérieure (en cercle bleu en $Q = 0$), les autres composantes sont bien plus faibles.

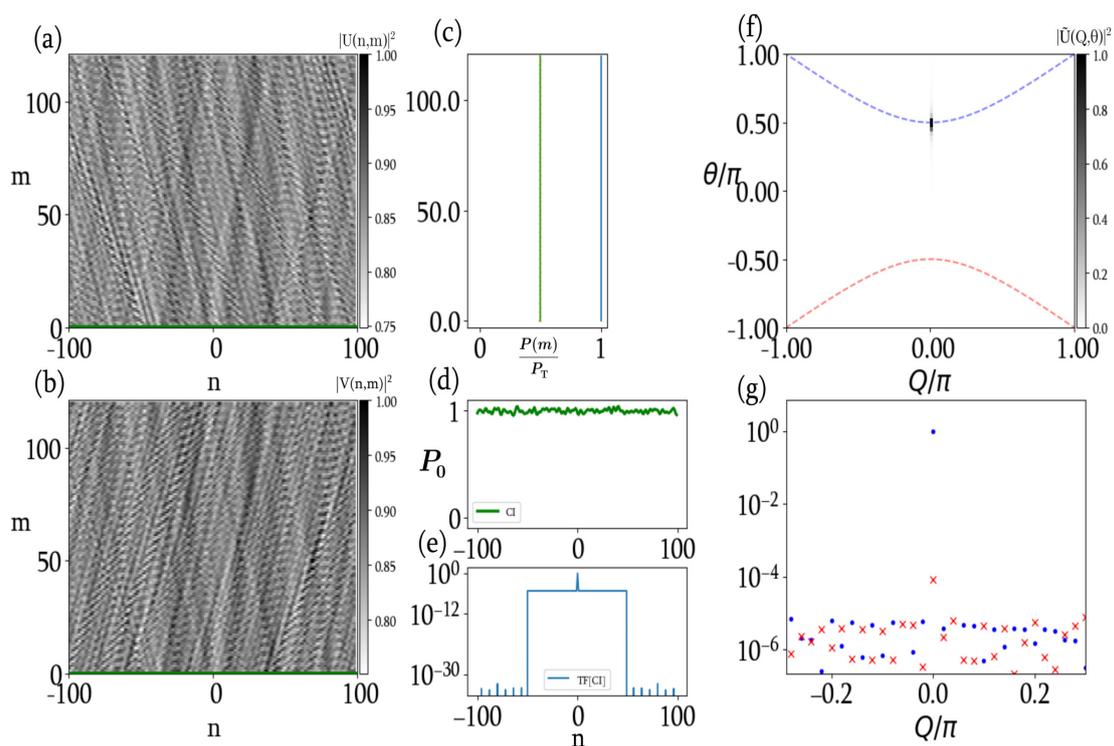


FIGURE C.1 – **Simulation** : (a-b) Diagrammes spatio-temporels de l’anneau U et V . (c) Puissances normalisées dans l’anneau U (V) en orange (vert) et leur somme en bleu. (d) La condition initiale est une onde plane perturbée par un niveau faible de bruit $\delta = 0.01\sqrt{P_0}$. (e) Le spectre de la condition initiale est bruité sur la moitié du spectre. (f) La bande photonique supérieure en bleu est excitée sur un seul mode Q . (g) Poids spectral des composantes de la bande supérieure en ronds bleus et inférieure en croix rouges.

Asservissement de la différence de longueur entre les deux anneaux sur la fréquence d'émission du laser

Nous avons fait part dans le paragraphe 1.2.2 que les fréquences centrales ν_x^0, ν_y^0 , autour desquelles nous observons la répartition spectrale des bandes photoniques fluctuaient dans le temps. Il en est de même pour le cas du paquet d'ondes, d'autant plus que ceux-ci résultent d'une excitation locale et se voient fortement influencés par la forme locale de la relation de dispersion. Nous établirons les données du problème et nous détaillerons la mise en place d'un système de rétroaction pour l'asservissement du double anneau sur l'émission spectral du laser de pompe.

D.1 Description du phénomène de variation dans le temps

D.1.1 Déphasage entre le laser de pompe et la longueur ΔL

Évoquons d'abord le fait que la différence de longueur entre les deux anneaux ΔL ne soit pas égale à un nombre de fois entier à la longueur d'onde du laser de pompe. Autrement dit, l'équation suivante n'est pas vérifiée :

$$\Delta L = \eta \lambda_p. \quad (\text{D.1})$$

Si η n'est pas entier, alors il existe un délai de phase entre la fréquence d'émission du laser de pompe et les fréquences centrales de la zone de Brillouin :

$$\Delta\phi = n\Delta Lk, \quad (\text{D.2})$$

avec n l'indice de réfraction et k le vecteur de propagation.

Dans l'idéal, ce décalage pourrait rester fixe (ΔL constant), dès lors, seule une constante serait à corriger. Cependant, dans l'expérience, les longueurs d'ondes et longueurs de fibres peuvent bouger d'une expérience à une autre. En général, on peut différencier ces variations par un délai de phase tel que :

$$\frac{d\Delta\phi}{\Delta\phi} = \frac{dn}{n} \frac{d\Delta L}{\Delta L} \frac{dk}{k}. \quad (\text{D.3})$$

Les deux premiers termes résultent des changements physiques de la fibre dûs aux stress mécaniques et thermiques. En effet, les anneaux fibrés, étant sujets aux déformations mécaniques et thermiques, voient leurs longueurs varier au cours du temps.

Dans notre système, on peut faire l'approximation que les variations de longueurs d'ondes sont bien plus faibles que les variations de longueur de fibre $\frac{d\Delta L}{\Delta L} \gg \frac{dk}{k}$. L'ordre de grandeur temporel lié à ces déformations est de l'ordre de 100 ms soit à basse fréquence (~ 10 Hz). Ces variations déforment la fibre et modifient ΔL , ainsi l'équation (D.1) n'est pas vérifiée car η fluctue et n'est pas entier. De

manière équivoque, la fenêtre spectrale, dans laquelle s'inscrit la zone de Brillouin (contenant les bandes photoniques), va subir ces variations et changer les fréquences centrales (ν_x^0, ν_y^0) dans le temps.

On peut réécrire le délai de phase dans le cas de l'élongation de la longueur ΔL :

$$d\Delta\phi = kdn\Delta L = k(nd\Delta L + \Delta Ldn) = k\Delta L\left[n\frac{d\Delta L}{\Delta L} + dn\right]. \quad (\text{D.4})$$

Prenons pour exemple pratique le cas d'une déformation par stress thermique. Typiquement dans les fibres optiques, l'élongation due au stress thermique est $\frac{d\Delta L}{\Delta L dT} \approx 6,5 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ [97], soit un déplacement de $2,93 \mu\text{m K}^{-1}$ pour $\Delta L = 0,45 \text{ m}$, quand la variation d'indice vaut $\frac{dn}{dT} \approx 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Ainsi, l'élongation de ΔL due à l'échauffement couvre plusieurs longueurs d'ondes du laser de pompe ; à laquelle s'ajoutent d'autres sources de déformations (mécaniques, acoustiques).

D.1.2 Caractérisation du phénomène de variation dans le temps

Pour bien comprendre l'impact des variations dans notre système, nous présenterons, à travers quelques simulations, le phénomène de variation dans le temps.

Les variations de longueurs, exprimées plus haut, peuvent se résumer à un facteur de phase supplémentaire sur la condition initiale, de la forme :

$$V(n, m) = V_0 e^{\left(\frac{-n^2}{2\sigma^2}\right)} e^{iQ_0 n} e^{i\Delta\phi n}, \quad (\text{D.5})$$

avec $\Delta\phi$ compris entre $[-\pi, \pi]$. Nous représentons différents scénarios sur la figure D.1, les différents diagrammes spatio-temporels visibles sont issus de l'excitation du système par une condition initiale centrée au centre de la zone de Brillouin ($Q_0 = 0$).

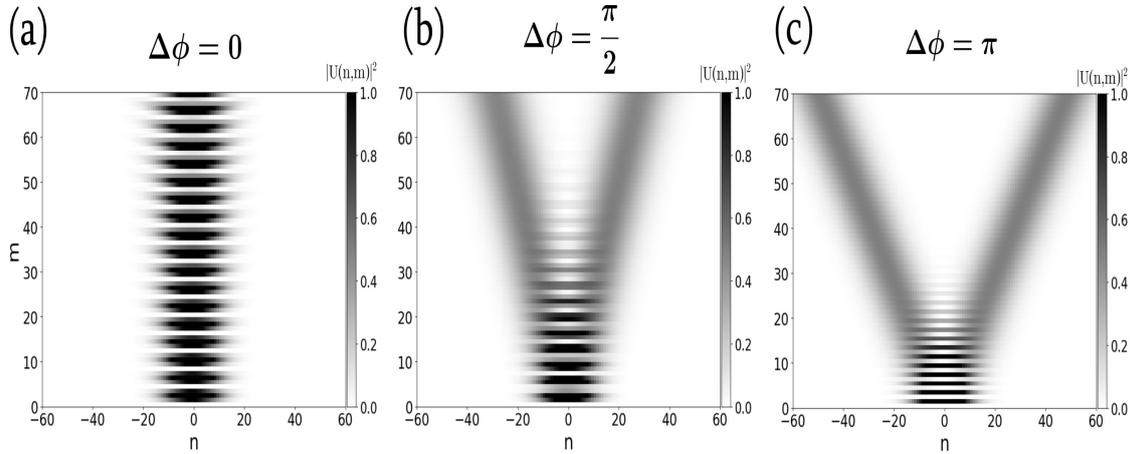


FIGURE D.1 – Évolution d'un paquet d'ondes avec un déphasage sur la condition initiale, de $\Delta\phi = 0$ en (a), $\Delta\phi = \pi/2$ en (b) et $\Delta\phi = \pi$ en (c) et $Q_0 = 0$.

On voit que lorsque le déphasage $\Delta\phi$ varie de $[0, \pi]$ (même comportement avec $\Delta\phi \in [\pi, 2\pi]$), le paquet d'ondes expérimente les différentes valeurs possibles de la vitesse de groupe de la relation de dispersion 1.11. Le paquet d'ondes se propage avec une vitesse de groupe nulle ($\Delta\phi = 0$) en (a), et à une vitesse maximale de $v_g = 1/\sqrt{2}$ ($\Delta\phi = \pi$) en (c).

Notre asservissement ne se basera pas sur la vision spatio-temporelle mais sur les composantes spectrales à 1D. On va pouvoir, via une transformée de Fourier à une dimension, observer les modifications spectrales en fonction du déphasage. Nous réalisons la transformée de Fourier du signal temporel des différents cas, et on trace à basse fréquence leur spectre sur la figure D.2.

Sur la figure D.2 nous traçons en échelle logarithmique le spectre du signal temporel à basse fréquence, pour les trois cas de déphasages $\Delta\phi = 0; \pi/2; \pi$ visibles sur la figure D.1. Globalement, on peut voir que les spectres sont différents selon le déphasage. Le spectre pour le cas sans déphasage

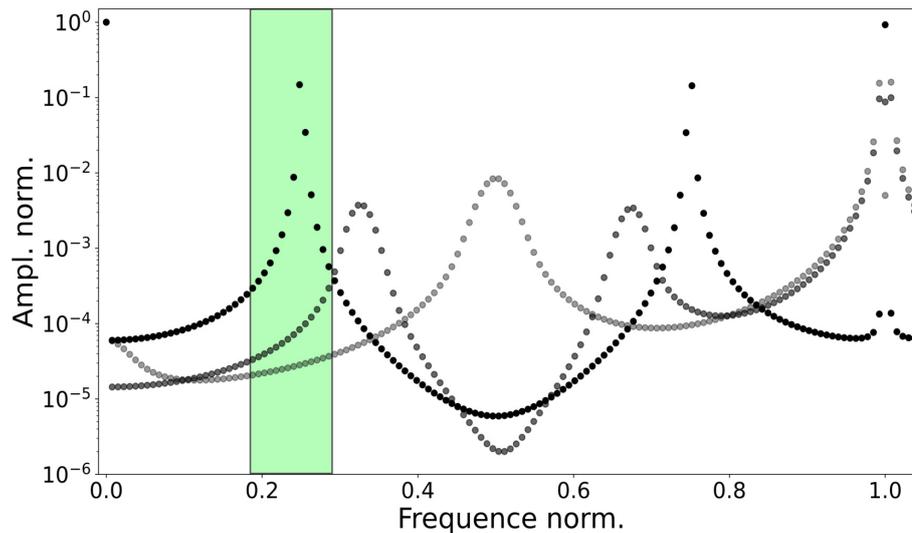


FIGURE D.2 – Spectres à basse fréquence issus de la transformée de Fourier du signal temporel de paquets d’ondes déphasés de $\Delta\phi = 0$ en noir, $\Delta\phi = \pi/2$ en gris et $\Delta\phi = \pi$ en gris clair. Le spectre est normalisé horizontalement sur l’intervalle spectrale libre. Un exemple de filtre applicable est situé autour du pic à 0.25 en vert.

($\Delta\phi = 0$) tracé en points noirs révèle : - la présence d’une composante à la fréquence nulle et d’une autre à une fois l’intervalle spectrale libre (ISL) (d’une amplitude de 1); - la présence de deux pics compris dans l’intervalle spectrale libre. Ces deux pics sont positionnés aux fréquences 0.25 et 0.75 pour une valeur en amplitude de $\sim 10^{-1}$. Et lorsqu’un déphasage est appliqué (par exemple en $\Delta\phi = \pi/2$ en gris et $\Delta\phi = \pi$ en gris clair) ce couple de pics évolue en fréquence. Ils se rapprochent l’un de l’autre jusqu’à n’en former qu’un à la fréquence 0.5 (au centre de l’intervalle spectral libre).

Nous pouvons quantifier l’évolution du déphasage via deux méthodes, soit en mesurant la position en fréquence des pics, soit en mesurant le poids des composantes spectrales dans une région donnée. Le deuxième choix convient particulièrement à un processus de rétroaction composé de filtres fixes en fréquence. De plus, la dynamique du poids des composantes spectrales présente une bonne dynamique (soit une excursion de 10^6); c’est pour ces raisons que nous choisissons la deuxième possibilité.

Mesure du poids spectral dans une région donnée

Le processus consiste à sélectionner une zone en appliquant un filtre spectral local autour d’une composante présentant une dynamique forte. Par exemple, nous pouvons appliquer un filtre passe bande autour du pic situé en 0.25 (zone verte) sur la figure D.2. Ce filtre consiste à laisser passer seulement les composantes spectrales à l’intérieur de cette région. La largeur d’action spectrale de ce filtre correspond à un filtre réel dans l’expérience (soit ici 10% de l’intervalle spectrale libre). Une fois le filtre appliqué, nous sommes toutes les composantes spectrales de façon à quantifier l’excursion des fréquences en fonction du déphasage. La figure D.3 représente, en échelle logarithmique, l’excursion des composantes spectrales contenues dans le filtre (en vert sur la figure D.2) en fonction du déphasage $\Delta\phi$. On observe une dynamique forte, avec un facteur 10^3 entre deux valeurs de déphasage ($\Delta\phi = 0$ et $\Delta\phi = \pi$).

À l’aide de cette courbe, nous pouvons choisir une valeur de déphasage en fonction de l’amplitude des composantes spectrales contenues dans le spectre à une dimension. Cette valeur est appelée *consigne*. Cette consigne est une valeur d’amplitude à maintenir dans le temps, ce maintien sera assuré par une boucle de rétroaction.

Par exemple, sur le profil d’évolution de l’amplitude des composantes spectrales tracé sur la figure D.3 et que nous faisons le choix d’une consigne en amplitude proche de la valeur 1, alors nous

forçons le système à opérer un déphasage de 0 (ou 2π , ce qui donne la même chose). Au contraire si nous appliquons une valeur de consigne la plus basse possible de 10^{-3} , alors nous optimisons un déphasage de π . Finalement, nous pouvons stabiliser dans le temps le système sur une valeur de déphasage précise.

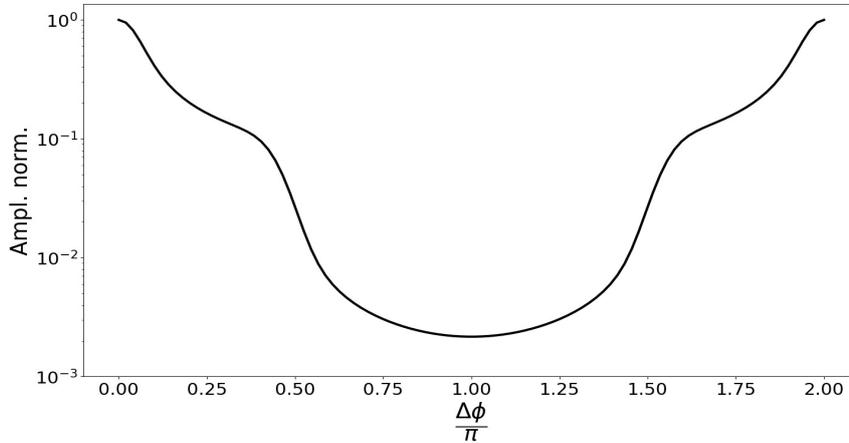


FIGURE D.3 – Poids spectral à la sortie du filtrage passe bande (voir le filtre vert sur la figure D.2). Le déphasage évolue entre $[0; 2\pi]$.

En résumé, nous avons trouvé un moyen de mesurer les variations temporelles induites par l'élongation des anneaux fibrés au cours du temps. Cela grâce au traitement du signal à basse fréquence via un filtrage spectral. Pour une largeur de filtre donnée, la dynamique des composantes spectrales est suffisamment grande pour quantifier le déphasage. Cette mesure permet de sortir une valeur d'amplitude qui fait état du déphasage entre la fréquence d'émission du laser et le centre de la zone de Brillouin. Dans un système de rétroaction, cette valeur de sortie pourra être comparée à une consigne dans le but de tendre la mesure vers celle-ci.

Maintenant que l'on a quantifié le déphasage et proposé une méthode de stabilisation, nous allons implémenter ce procédé dans notre système expérimental.

D.2 Asservissement du double anneau sur l'émission du laser de pompe par une boucle de rétroaction

D'un point de vue expérimental, la stabilisation d'un anneau fibré est un enjeu essentiel lorsque l'on souhaite contrer les effets d'élongation de l'anneau dans le temps. Dans la littérature, on peut trouver différents systèmes de stabilisation dans lesquels on retrouve une boucle de rétroaction [161, 162]. Cette stabilisation permet d'obtenir un intervalle spectral libre ISL bien précis [163]; elle peut être utilisée dans la réduction de bruit d'un laser [164]; ou encore dans les interféromètres gyroscopiques [165, 166].

Une boucle de rétroaction automatise un processus de contrôle d'une mesure. La mesure de sortie du dispositif est ajustée, par un moyen direct dans le système, jusqu'à stabiliser la mesure de sortie sur une valeur souhaitée. La boucle de rétroaction est composée de :

- * La mesure, réalisée par un capteur connecté au dispositif, ici une photodiode.
- * La décision, prise par le bloc de régulation intégrateur proportionnel (PI) à la suite de calculs (opérés par une carte FPGA).
- * L'action, portée au dispositif, ici avec piézoélectrique (PZT).

Le signal mesuré en sortie du système sera traité dans le spectre par une carte programmable. Le signal traité sera soustrait à un signal de consigne pour obtenir un signal d'erreur. Le régulateur minimisera ce signal d'erreur par l'action d'un élément de contrôle dans le système.

D.2.1 Dispositif expérimental et diagramme de contrôle

On retrouve les éléments de la boucle rétroactive dans le dispositif expérimental sur le schéma D.4. La photodiode mesure le rayonnement lumineux sortant du double anneau; elle le convertit en signal électrique pour l'envoyer sur une carte programmable FPGA. La carte FPGA intègre des modules de RAM et des processeurs pour réaliser des calculs rapidement. Nous utilisons la carte "STEMlab 125-10" de chez Redpitaya qui comporte deux entrées et deux sorties. L'interface est dotée d'un DAC d'une résolution de 10 bits échantillonné à 125MS/s et d'une bande passante de 50 MHz. Une entrée de la carte reçoit le signal temporel de sortie d'un des anneaux. Le signal traité est envoyé vers le régulateur PI. Ce dernier, en position fermé, réalise une comparaison avec une consigne et plusieurs calculs. En sortie, il applique un courant qui est amplifié (de plusieurs Volts) sur un piézo électrique (PZT) sur lequel la fibre optique d'un anneau est enroulée. L'énergie électrique appliquée au PZT contraint le matériau à se déformer selon son axe cristallographique (axe planaire). Cette contrainte évolue de manière à maintenir les fréquences centrales à partir d'une fréquence souhaitée (la consigne) [165].

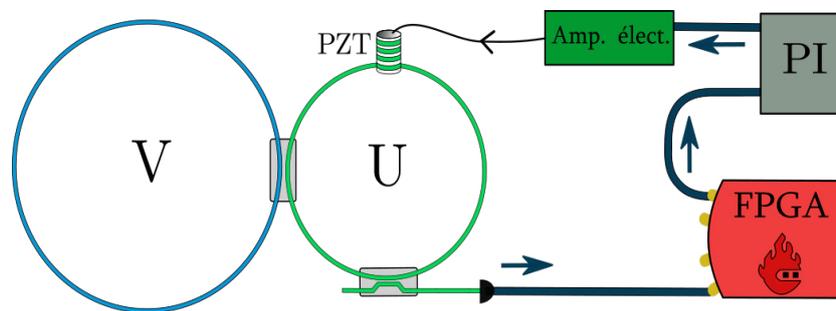


FIGURE D.4 – Dispositif expérimental du double anneau asservi par une boucle de rétroaction. La boucle de rétroaction est dotée d'une photodiode, d'une carte FPGA, d'un intégrateur PI et d'un amplificateur de tension. Le signal de régulation amplifié applique un courant sur un PZT pour contraindre la taille de l'anneau U .

Le processus de contrôle présenté sur la figure D.5, décrit les différentes parties de la boucle de rétroaction.

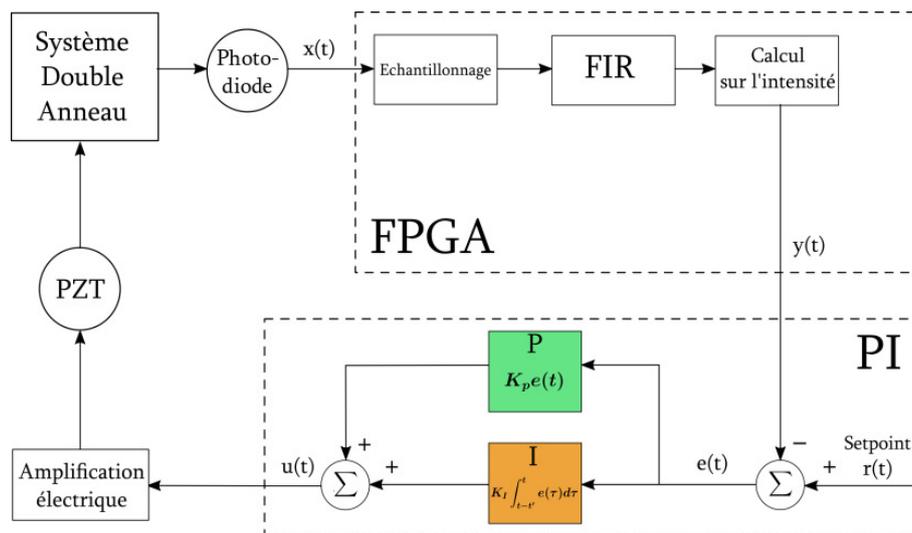


FIGURE D.5 – Diagramme par bloc du système d'asservissement du double anneau, constitué du bloc FPGA qui traite le signal électrique de sortie de la photodiode, $x(t)$ pour donner le signal $y(t)$ au bloc PI qui tend à minimiser le signal d'erreur $e(t)$ en appliquant un signal de contrôle $u(t)$ au système via un piézo électrique PZT.

Carte programmable FPGA

Les cartes programmables FPGA connaissent un essor dans le domaine de l'ingénierie. Elle permettent de résoudre des calculs de manière indépendante et en un temps record. Elle sont adaptés à l'implémentation dans des systèmes complexes dans des secteurs comme l'aérospatial, la biologie ou les télécommunications mais aussi dans la recherche expérimentale [166]. Dans notre cas, nous l'utilisons pour traiter le signal de sortie de la photodiode et pour appliquer plusieurs filtres.

Le signal de sortie du système $x(t)$ arrive à l'entrée de la carte FPGA, celle-ci opère plusieurs filtres et calculs sur le signal :

- * Un filtre passe bas pour sous échantillonner le signal.
- * Un filtre passe bande FIR pour sélectionner la fenêtre fréquentielle.
- * La moyenne du signal au carré.

Le taux d'échantillonnage est initialement de 125 MS/s mais il est divisé par 4 : $125/4 = 31,25$ MHz par un filtre du premier ordre. Ce sous échantillonnage aura pour effet de faciliter les calculs et d'accélérer le processus de rétroaction sans en altérer l'efficacité. Ensuite, on applique un filtre passe bande FIR. Ce filtre reprend les caractéristiques du filtre en fréquence évoqué plus haut. Il se trouve à basse fréquence autour du premier des deux pics centraux.

Nous présentons sur la figure D.6 (b) un exemple de filtre FIR¹ (en tirés noirs) appliqué sur les composantes spectrales d'une expérience dans laquelle un paquet gaussien est injecté dans un anneau. Ce filtre est centré autour de la fréquence de 1,6 MHz pour une largeur de 0,7 MHz ; les composantes indésirables sont filtrées à plus de 10^2 . Ensuite, un calcul est opéré sur le signal filtré durant le temps d'une expérience. Cette information fait état du poids spectral contenu dans la région ciblée. Le temps moyen d'une expérience (pour le cas des anneaux courts) est de $\sim 10 \mu\text{s}$, le calcul est réalisé sur 11 bits soit pendant $\frac{1}{125/2^{11}} \approx 16 \mu\text{s}$ couvrant ainsi le temps d'une expérience. Le calcul est répété tous les 10 ms (le temps typique entre deux expériences). Le calcul consiste à faire la moyenne au carré du voltage du signal $x(t)$ filtré. Cette mesure est compilée pour donner le signal $y(t)$ en sortie de la carte FPGA. Ce signal est ensuite envoyé vers le régulateur PI.

Intégrateur proportionnel (PI)

L'intégrateur proportionnel (PI) est l'organe de contrôle qui permet de réguler un système lorsqu'il est en boucle fermée. Le régulateur compare une valeur mesurée $y(t)$ sur le système avec une valeur de consigne $r(t)$. La différence entre la consigne et la valeur mesurée donne le signal d'erreur $e(t) = r(t) - y(t)$. Le régulateur tente de minimiser cette erreur en appliquant un signal de contrôle $u(t)$ sur un élément actif dans le système.

Le but de l'intégrateur proportionnel est d'atteindre la valeur du *Setpoint* (ou consigne) $r(t)$ le plus rapidement possible. La valeur de $r(t)$ est fixée par la valeur en amplitude correspondant au déphasage souhaité, voir la figure D.3. Pour évaluer le signal d'erreur $e(t)$ dans le temps, le PI possède deux sous blocs de calcul.

D'abord le bloc *P*, le terme *P* signifie que le calcul est proportionnel au signal d'erreur $e(t)$ tel que $P = K_p e(t)$, c'est à dire qu'il apporte une réponse immédiate pour se rapprocher du *Setpoint*. Son impact diminue à mesure qu'il s'en rapproche. Il est munit d'un gain K_p permettant d'ajuster l'apport de ce terme dans le calcul. Lorsque l'erreur tant vers zéro, le terme $y(t)$ peut se stabiliser en dessous ou au dessus de la consigne (problème d'état stationnaire de l'erreur). Pour palier à cela, l'erreur doit être corrigée de manière dynamique à l'aide d'un intégrateur.

Le terme *I*, pour intégrateur, fait intervenir la notion de temps. Le signal d'erreur $e(t)$ est intégré pendant un temps τ . Les contributions passées s'ajoutent et s'accumulent pour donner le signal qui aurait dû être appliqué $I = K_I \int_{t-t'}^t e(\tau) d\tau$. Autrement dit, lorsque l'intégrateur réalise un calcul, la nouvelle valeur intégrée calculée est ajoutée à l'intégrale totale. Cette intégrale n'a pas d'effets immédiat comme le terme proportionnel mais comme l'intégrale est continument accumulée dans le temps, au plus le processus de convergence vers le *Setpoint* est long au plus l'effet de l'intégrale sera. À savoir que, pour l'expérience, nous avons conçu et construit notre propre module pour enclencher le contrôle. Le régulateur peut être mis en circuit par l'intermédiaire d'un interrupteur ouvert/fermé positionné sur le régulateur PI.

1. Le filtre est réalisé sur le site TFilter.

Finalement, en sortie du PI, nous obtenons la somme des termes : $u(t) = P(t) + I(t)$. Ce signal est amplifié par un amplificateur de tension. Le signal $u(t)$ constitue le signal de contrôle visant à contrer les variations temporelles, il est appliqué à un élément qui intervient directement dans le système physique, le PZT.

Piézo électrique (PZT)

L'élongation de la différence de longueur ΔL va être activement contrôlée par un piézoélectrique PZT. La déformation de celui-ci sur la fibre est proportionnelle à la tension de courant appliquée :

$$\frac{d\Delta L}{\Delta L} = K_f d_{PZT} u(t), \quad (D.6)$$

avec ΔL la différence de longueur entre les anneaux, $d\Delta L$ son élongation, K_f la réponse de la fibre, d_{PZT} le coefficient de couplage entre l'échange mécanique et électrique et $u(t)$ la tension appliquée. Nous utilisons un PZT, de chez PI France, de forme cylindrique, autour duquel la fibre optique est enroulée (sur une dizaine de tours soit ~ 2 m) dans l'anneau U . La déformation est alors plane, c'est à dire que sur un disque circulaire mince, l'épaisseur oscille dans la direction radiale. Le PZT possède une déformation radiale maximale de $15,6 \mu\text{m}$, pouvant couvrir plusieurs fois la longueur d'ondes du laser de pompe.

D.2.2 Asservissement en fréquence

Sur les figure D.6, nous avons tracé les spectres à basse fréquence (entre $[0;6.54]$ MHz soit exactement ν_{ISL}) issus de la transformée de Fourier du signal temporel de plusieurs acquisitions. Le système a eu le temps de dériver entre chaque acquisition. Ces expériences sont de même nature, en (a) nous injectons un paquet d'ondes dans un anneau sans asservir la longueur du double anneau ; alors qu'en (b) nous activons le processus d'asservissement.

La figure D.6(a), montre la réponse spectrale lorsque le système de contrôle est ouvert, le système est libre. On y retrouve les différentes traces déjà décrites par la simulation (tracées sur la figure D.2). On peut noter une forte variation de la fréquence des deux pics au centre au cours des différentes acquisitions (le système expérimente toutes les valeurs de déphasage possible). C'est précisément ces variations que le système de contrôle doit corriger.

En figure D.6(b), nous retraçons la même chose qu'en figure D.6(a), cependant le système de contrôle

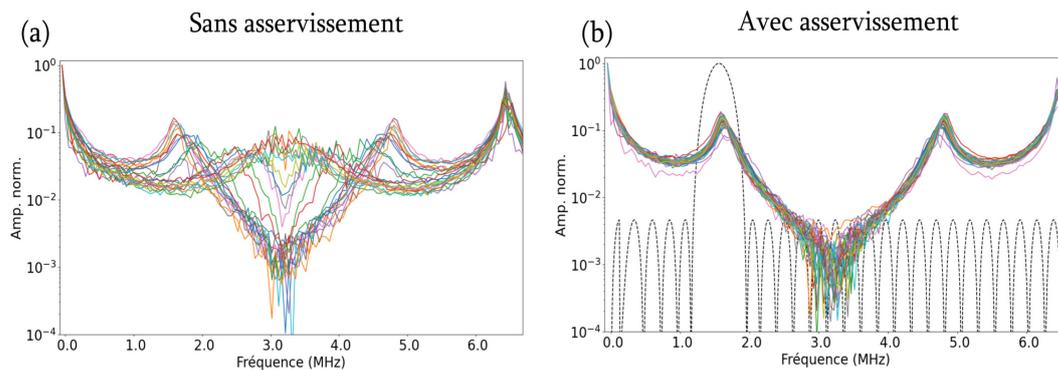


FIGURE D.6 – Spectres optiques récupérés en sortie de la photodiode. En (a), le système de contrôle est ouvert, le premier des deux pics voyage entre 1,6 MHz et 3,1 MHz. En (b), le système de contrôle est fermé, ce dernier applique un filtre FIR entre $[1.2; 1.9]$ MHz, ainsi les fluctuations spectrales sont neutralisées.

est fermé. C'est à dire qu'il intervient directement dans le système (via le PZT), le système est dit *contraint*. Pour corriger les variations temporelles et ajuster la position en fréquence du premier pic, le filtre FIR est positionné autour de la fréquence de 1,6 MHz pour profiter d'une forte dynamique (comme expliqué plus haut). Le filtre que nous voyons en figure D.6 (b) en pointillés noirs, délimite la zone dans laquelle nous laissons passer les composantes spectrales, le reste est filtré. On peut voir que lorsque le système est contraint par la boucle de rétroaction, les différentes acquisitions montrent

une réponse spectrale quasi identique au cours du temps, les fluctuations spectrales temporelles sont maîtrisées.

Une caractéristique importante pour une boucle de rétroaction est sa capacité à contenir le phénomène de variation dans le temps. Nous avons mentionné que les variations temporelles sont présentes sur une échelle de temps relative à la centaine de millisecondes soit à quelque ~ 10 Hz. Quant au processus de rétroaction lui a un effet actif à une fréquence de l'ordre de la milliseconde soit \sim kHz, ce qui est plus rapide que le temps de déformation de la fibre.

Nous pouvons comparer la déviation standard obtenue lorsque le système est fermé ou ouvert. Pour cela, nous mesurons les différentes positions en fréquence prises par le premier pic parmi les acquisitions en système ouvert D.6 (a) ou fermé D.6 (b). Ces positions sont tracées en figure D.7. On voit en jaune que lorsque l'asservissement est non fonctionnel (ouvert), l'excursion en fréquence est grande (voir maximale) de 1,65 MHz à 3,22 MHz. En revanche, lorsque l'asservissement est fonctionnel (fermé), en bleu, celui-ci restreint fortement l'excursion en fréquence autour de 1,68 MHz (la fréquence choisie).

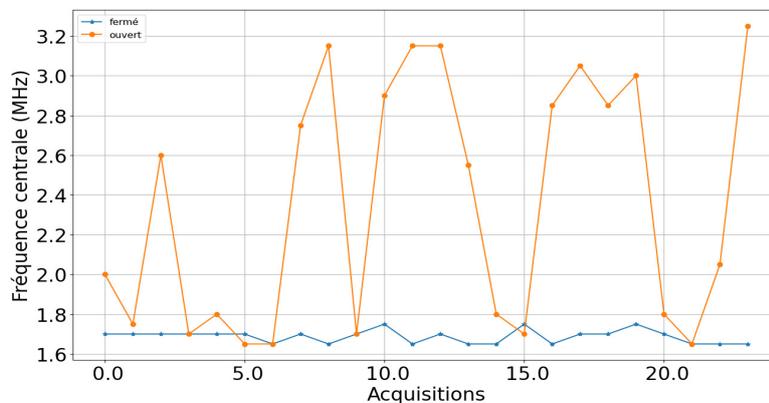


FIGURE D.7 – Évolution de la position en fréquence du pic présent autour de la fréquence 1,68 MHz. En bleu, la boucle de rétroaction est activée mais ne l'est pas en orange.

Système de contrôle	Ouvert	fermé
Position en fréquence moyenne (MHz)	2.35	1.68
Déviation standard (MHz)	0.610	0.031

TABLEAU D.1 – Tableau des positions en fréquences moyennes et de leurs déviations standard lorsque le système de contrôle est ouvert ou fermé.

Les résultats sont résumés dans le tableau D.1. On peut affirmer que le système de contrôle permet l'asservissement sur la fréquence de 1,68 MHz avec une performance sur la déviation standard de 0.610/0.031 soit 20 fois meilleurs lorsque la boucle de rétroaction est fermée.

Note : L'asservissement décrit ci-dessus est réalisé dans le régime linéaire avec des anneaux courts, voir le tableau 2.1. Dans le cas des anneaux longs, les longueurs de parcours sont plus importantes, de même que l'ISL diminue. La carte FPGA possède un échantillonnage fixe, cependant, dans le cas des anneaux longs, la fenêtre spectrale est plus courte, ainsi le calcul fréquentiel se fait sur un nombre de point plus faible que dans le cas des anneaux courts.

Pour contourner ce problème, nous avons modifié la manière de traiter le signal (sous échantillonnage supplémentaire, moyenne glissante et changement des paramètres de temps de calcul) pour parvenir à stabiliser les deux anneaux longs sur la fréquence du laser. Seulement, cette stabilité ne dure pas assez longtemps pour réaliser plusieurs mesures. De plus, les effets non linéaires, présents dans les anneaux longs amenaient de nouvelles composantes spectrales venant perturber notre méthode.

Calibration du modulateur de phase

Dans le cadre de la modulation de phase périodique évoquée au chapitre 4, nous avons utilisé un modulateur de phase. Celui-ci applique au champ électrique un déphasage en fonction d'une tension appliquée à ces bornes. Pour appliquer la bonne valeur de déphasage, il est important de passer par une étape de calibration de l'appareil.

Le modulateur est composé d'un matériau électro-optique qui, lorsqu'il est soumis à un champ électrique modifie l'indice de réfraction du milieu par effet Pockels. Ainsi, lorsque qu'une onde lumineuse le traverse, celle-ci subit un changement d'indice de réfraction proportionnel au courant appliqué. Un paramètre important caractérise le modulateur de phase (MP), c'est le courant appliqué, dit V_π , pour lequel le changement de phase de la lumière varie d'un facteur π . Dans notre étude, nous utilisons le modulateur de phase MPX-LN-10 de chez IXblue. Il opère autour de la longueur d'onde de 1550nm avec une bande passante de 10GHz et le V_π vaut 4,4V à 1 GHz.

Dans un premier temps, nous évoquerons le principe de modulation de phase de manière générale puis nous proposerons une méthode de calibration. Dans un second temps, nous développerons la méthode de calibration autour de la fréquence de modulation pour donner une calibration expérimentale.

E.1 Principe de la modulation de phase

Considérons un signal modulé en phase de la forme :

$$V(t) = V_0 \sin[\omega t + m \sin \Omega t], \quad (\text{E.1})$$

où V_0 représente l'amplitude et $\phi(t) = m \sin \Omega t$ avec m l'indice de modulation de phase et Ω la pulsation du signal modulant.

Nous allons utiliser un processus de démodulation de phase qui consiste à déterminer la phase $\phi(t)$, puis à extraire le message $m(t)$ lui même. On voit que la phase $\phi(t)$ est directement proportionnelle au message $m(t)$.

La forme mathématique en (E.1) peut se décomposer sous forme de fonctions de Bessel de première espèce et d'ordre n , de cette manière :

$$V(t) = V_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(m) \sin[(\omega + n\Omega)t], \quad (\text{E.2})$$

avec les fonctions de Bessel :

$$J_{-n} = (-1)^n J_n \quad (\text{E.3})$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |J_n(m)|^2 = 1. \quad (\text{E.4})$$

La modulation d'un signal en phase produit un nombre infini de composantes spectrales. Cepen-

nant, les composantes spectrales d'ordre supérieur (quand l'ordre n est grand) deviennent rapidement négligeables à mesure que l'on s'éloigne de la fréquence porteuse. Alors, on peut considérer que le spectre du signal modulé est en pratique limité en fréquence sur les premiers ordres.

Cette décomposition fait apparaître une succession de raies de manière symétrique autour de la fréquence porteuse. Chaque raie occupe des positions propres à l'ordre de la fonction de Bessel associée. Ces raies sont équidistantes de la fréquence de modulation f_m et elles ont le même poids pour un ordre n donné.

Dans l'équation (E.2), nous voyons que la modulation de phase à travers l'indice de modulation m , modifie le poids des composantes de Bessel. En fait, les composantes de Bessel ne dépendent que de l'indice de modulation. Ainsi, lorsque l'on mesure le poids des composantes de Bessel nous accédons directement à l'indice de modulation, donc à la modulation de phase appliquée au signal. Par exemple, le poids de la première composante J_0 s'annule pour $m = 2.4$, voir la figure E.1 (b).

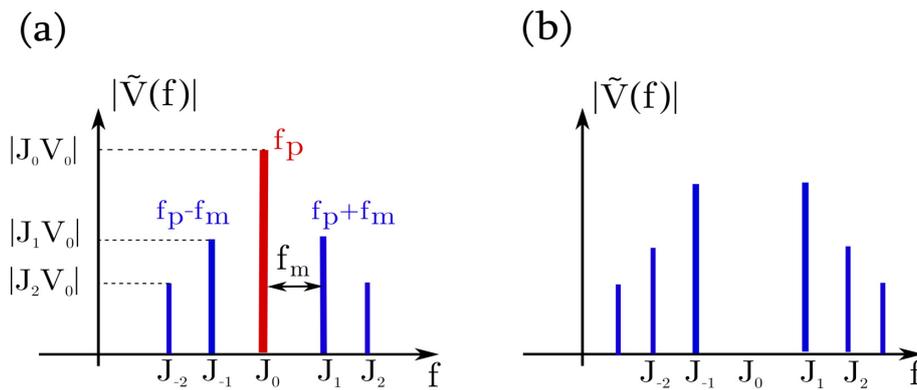


FIGURE E.1 – Spectre du signal optique modulé en phase avec un indice de modulation $m = 1$ en (a) et $m = 2.4$ en (b).

E.2 Calibration du modulateur de phase autour d'une fréquence porteuse

La méthode expérimentale de calibration du modulateur de phase est synthétisée en figure E.2. Nous partons d'une source laser monochromatique à $\lambda_p = 1550\text{nm}$, ce signal est divisé en deux signaux égaux par un coupleur optique 50 : 50. L'un des deux signaux est envoyé vers le MP et l'autre partie vers un modulateur acousto-optique (AOM).

L'onde traversant l'AOM voit sa fréquence porteuse déportée à 110MHz, de cette façon l'étude n'est pas altérée par les composantes à basses fréquences. Le générateur basse fréquence (GBF) délivre un courant de tension vers un amplificateur qui fournit cette onde sinusoïdale à 110MHz. L'onde passant par le MP va subir une modulation de phase sinusoïdale de 7MHz qui peut être amplifiée de 0 à 40V, ce signal est délivré par un synthétiseur. Nous choisissons une fréquence de modulation de 7MHz car c'est la gamme en fréquence qui sera utilisée dans la plupart des expériences.

Ensuite les deux ondes sont réunies à l'aide d'un coupleur optique 50 : 50, le résultat est analysé spectralement sur un analyseur de spectre RF. Nous allons donc observer le spectre optique autour de la fréquence porteuse de 110MHz sur une plage en fréquence de 40MHz. Dans cette fenêtre spectrale nous allons mesurer le poids des composantes spectrales en fonction du voltage de l'onde modulante. Chaque raie sont distantes de la fréquence de modulation soit 7MHz. Nous portons l'étude seulement sur le poids des composantes de Bessel J_0 et J_1 (voir la figure E.2) car l'effet de modulation est fortement présent sur les deux premiers ordres, ce qui suffit pour la calibration du modulateur.

La figure E.3, présente deux exemples typiques d'observation du spectre sur l'analyseur de spectre RF. L'analyseur de spectre procure une bonne discrimination des raies spectrales, on distingue correctement les trois premiers ordres des fonctions de Bessel avec un ratio signal sur bruit supérieur à 10^4 . La finesse de l'observation laisse apercevoir des sous harmoniques autour de chaque raie spectrale.

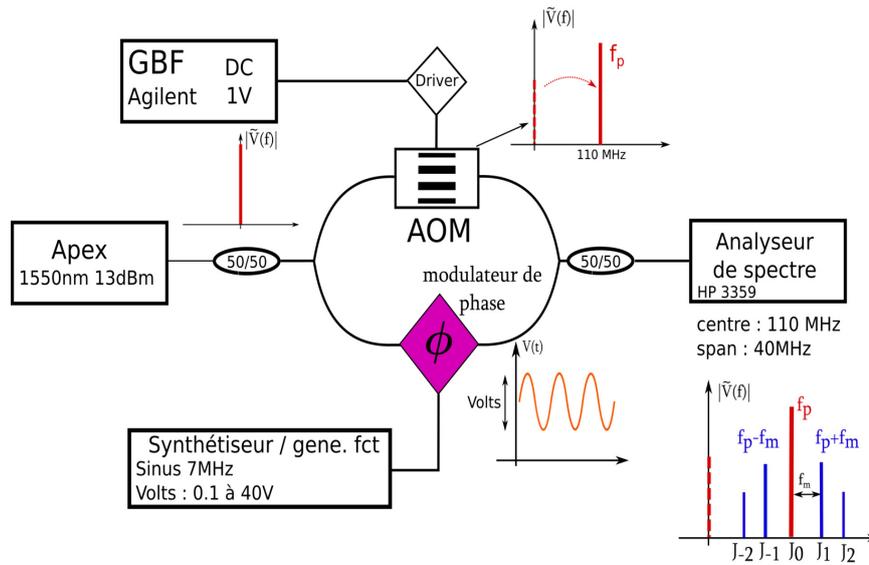


FIGURE E.2 – Schéma expérimental pour la calibration du modulateur de phase. L'onde lumineuse en sortie du laser Apex est scindée en deux ondes, l'une est déviée en fréquence par un AOM et l'autre subit une modulation de phase par un MP. L'analyse du poids des composantes spectrales mesurées sur l'analyseur de spectre nous permet de remonter à l'indice de modulation m .

La procédure est la suivante, nous mesurons dans le spectre le poids des composantes des deux

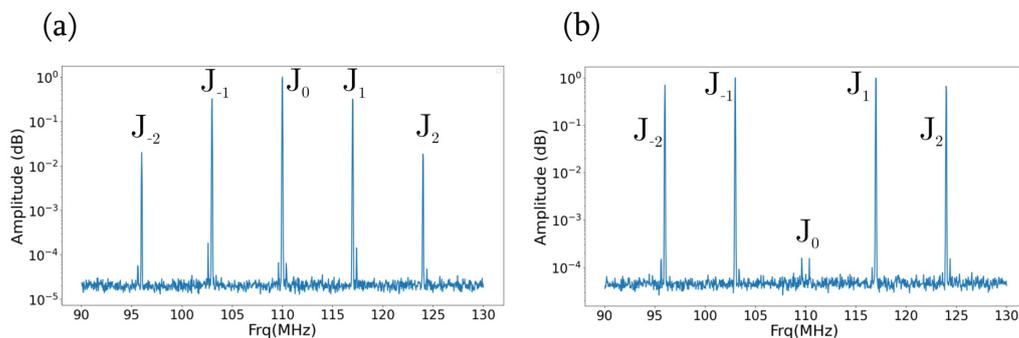


FIGURE E.3 – Spectre expérimental du signal modulé en phase, l'indice de modulation $m = 1$ en (a) et $m = 2.4$ en (b). On distingue les trois premiers ordres dans une fenêtre de 40 MHz.

premiers ordres tout en faisant varier l'amplitude du voltage appliquée par le synthétiseur. Ce dernier assigne un signal sinusoïdal avec une amplitude pouvant aller jusqu'à $\sim 40V_{pp}$, mais nous nous limitons à $\sim 5V_{pp}$ car nous voulons simplement atteindre la valeur V_{π} pour réaliser la calibration. L'ensemble des mesures de poids des composantes J_0 et J_1 est tracé en échelle logarithmique, sur la figure E.4 (a) en bleu pour la fonction J_0 et en vert pour la fonction J_1 . La forme analytique de chaque fonction est tracée en traits pleins, on reconnaît la valeur d'annulation de la fonction J_0 pour la valeur $m = 2.4$ et en $m = 3.83$ pour la fonction J_1 . L'axe horizontal inférieur représente l'indice de modulation m et l'axe horizontal supérieur l'amplitude appliquée sur le MP. On peut dire que les résultats expérimentaux se superposent de façon remarquable aux courbes analytiques respectives. L'observation atteint un degré de finesse supérieur à 10^4 (sur l'extinction de J_0 en $m = 2.4$), cela grâce à la précision de l'analyseur de spectre. Pour synthétiser et aussi augmenter le degré de précision, nous comparons les deux fonctions, en divisant J_0/J_1 sur la figure E.4 (b). Ici encore, les résultats expérimentaux en rouge suivent correctement la forme analytique en bleu.

La répartition des poids des raies expérimentales obtenues sur la figure E.4 va nous permettre

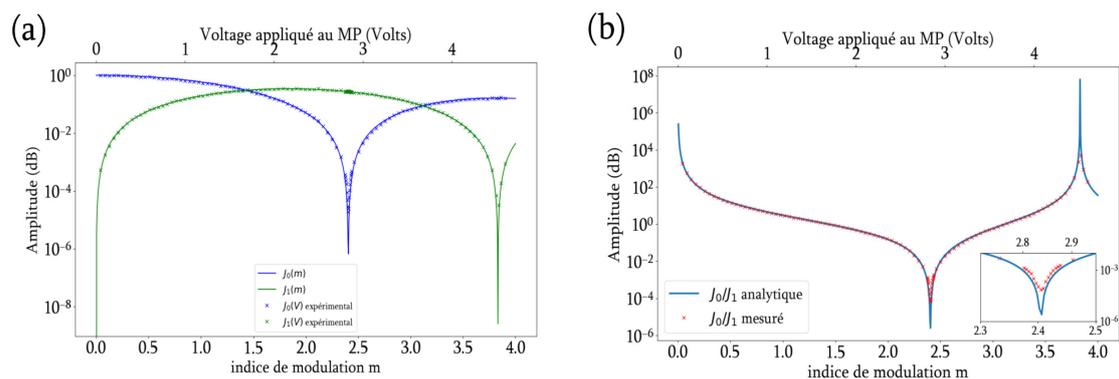


FIGURE E.4 – (a) Évolution de l'indice de modulation m en fonction du voltage appliqué. En traits pleins les fonctions analytiques J_0 (en bleu) et J_1 (en vert), les croix représentent les mesures expérimentales. (b) Rapport des poids J_0/J_1 .

d'établir une correspondance entre la variable d'indice de modulation m (axe horizontal du bas) avec la variable d'amplitude du signal modulant en Volts (axe horizontal du haut). La correspondance entre le voltage appliqué au modulateur et l'indice modulation m suit simplement une loi linéaire. Le coefficient de conversion entre les Volts appliqué au modulateur et l'indice de modulation est de $m(V) = 1.17V$. Nous obtenons alors, une valeur de $V_\pi = 3.7V$. Cette valeur est en dessous de celle attendue ($4,4V$) car notre calibration est réalisée à une fréquence bien inférieure de celle effectuée par le constructeur ($7\text{ MHz} \ll 1\text{ GHz}$); la valeur du V_π a tendance à augmenter avec la fréquence de modulation.

La plupart du temps la valeur de la modulation de phase s'exprime en valeur de π ; il suffit de diviser l'indice de modulation par π . Ainsi, avec ce modulateur de phase, lorsque l'on applique un courant de tension entre $[0; 5]V_{pp}$ nous obtenons un déphasage de $[0; 1.35]\pi$.

Remarque : Cette calibration est réalisée dans le cadre d'une modulation de phase avec un signal modulant de forme sinusoïdale. Cela convient à la décomposition du signal dans l'espace de Fourier. Ainsi, l'analyse des raies spectrales peut être restreinte aux premières raies. Cependant, dès lors que l'on applique un signal plus riche en composante spectrale (comme avec un signal carré), la modulation de phase affecte un grand nombre de raies, remettant en cause l'étude proposée ici. Justement, nous utilisons des signaux carrés périodiques dans les recherches portées au chapitre 4. Dans ce cas, cette calibration peut sembler être inadéquate. Cependant, lorsque nous comparons les résultats obtenus, dans le cadre d'une modulation périodique sous forme de créneaux, avec les résultats que nous devrions obtenir via la calibration, nous observons une forte correspondance; confortant ainsi la calibration réalisée avec le signal sinusoïdale. Autrement dit, les résultats présentés dans le chapitre 4 concordent avec les simulations numériques lorsque que l'on convertit le voltage appliqué au MP en valeur de modulation de phase selon la calibration.

Bibliographie

- [1] Avik DUTT et al. « Experimental band structure spectroscopy along a synthetic dimension ». In : *Nat Commun* 10.1 (juill. 2019), p. 3122. ISSN : 2041-1723. DOI : 10.1038/s41467-019-11117-9.
- [2] Demetrios N. CHRISTODOULIDES, Falk LEDERER et Yaron SILBERBERG. « Discretizing light behaviour in linear and nonlinear waveguide lattices ». In : *Nature* 424.6950 (août 2003), p. 817-823. ISSN : 1476-4687. DOI : 10.1038/nature01936.
- [3] Takuya KITAGAWA et al. « Observation of topologically protected bound states in photonic quantum walks ». In : *Nat Commun* 3.1 (juin 2012), p. 882. ISSN : 2041-1723. DOI : 10.1038/ncomms1872.
- [4] J. D. JOANNOPOULOS, Pierre R. VILLENEUVE et Shanhui FAN. « Photonic crystals : putting a new twist on light ». In : *Nature* 386.6621 (mars 1997), p. 143-149. ISSN : 1476-4687. DOI : 10.1038/386143a0.
- [5] Matthieu BELLEC et al. « Topological Transition of Dirac Points in a Microwave Experiment ». In : *Phys. Rev. Lett.* 110.3 (jan. 2013), p. 033902. DOI : 10.1103/PhysRevLett.110.033902.
- [6] Mohammad HAFEZI et al. « Robust optical delay lines with topological protection ». In : *Nature Phys* 7.11 (nov. 2011), p. 907-912. ISSN : 1745-2481. DOI : 10.1038/nphys2063.
- [7] T. JACQMIN et al. « Direct Observation of Dirac Cones and a Flatband in a Honeycomb Lattice for Polaritons ». In : *Phys. Rev. Lett.* 112.11 (mars 2014), p. 116402. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.112.116402.
- [8] T. PERTSCH et al. « Anomalous Refraction and Diffraction in Discrete Optical Systems ». In : *Phys. Rev. Lett.* 88.9 (fév. 2002), p. 093901. DOI : 10.1103/PhysRevLett.88.093901.
- [9] Seabrata MUKHERJEE et al. « Experimental observation of anomalous topological edge modes in a slowly driven photonic lattice ». In : *Nat Commun* 8.1 (jan. 2017), p. 13918. ISSN : 2041-1723. DOI : 10.1038/ncomms13918.
- [10] Lukas J. MACZEWSKY et al. « Observation of photonic anomalous Floquet topological insulators ». In : *Nat Commun* 8.1 (jan. 2017), p. 13756. ISSN : 2041-1723. DOI : 10.1038/ncomms13756.
- [11] A. SCHREIBER et al. « Photons Walking the Line : A Quantum Walk with Adjustable Coin Operations ». In : *Phys. Rev. Lett.* 104.5 (fév. 2010), p. 050502. DOI : 10.1103/PhysRevLett.104.050502.
- [12] Martin WIMMER et al. « Experimental measurement of the Berry curvature from anomalous transport ». In : *Nature Phys* 13.6 (juin 2017), p. 545-550. ISSN : 1745-2473, 1745-2481. DOI : 10.1038/nphys4050.
- [13] Alois REGENSBURGER et al. « Photon Propagation in a Discrete Fiber Network : An Interplay of Coherence and Losses ». In : *Phys. Rev. Lett.* 107.23 (déc. 2011), p. 233902. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.107.233902.
- [14] Martin WIMMER et al. « Optical diametric drive acceleration through action–reaction symmetry breaking ». In : *Nature Phys* 9.12 (déc. 2013), p. 780-784. ISSN : 1745-2473, 1745-2481. DOI : 10.1038/nphys2777.
- [15] Alois REGENSBURGER. « Experiments on pulse dynamics and parity-time symmetry in optical fiber networks ». In : (), p. 77.

- [16] A. BISIANOV et al. « Stability of topologically protected edge states in nonlinear fiber loops ». In : *Phys. Rev. A* 100.6 (déc. 2019), p. 063830. doi : 10.1103/PhysRevA.100.063830.
- [17] Jason W. FLEISCHER et al. « Observation of Discrete Solitons in Optically Induced Real Time Waveguide Arrays ». In : *Phys. Rev. Lett.* 90.2 (jan. 2003), p. 023902. doi : 10.1103/PhysRevLett.90.023902.
- [18] H. S. EISENBERG et al. « Discrete Spatial Optical Solitons in Waveguide Arrays ». In : *Phys. Rev. Lett.* 81.16 (oct. 1998), p. 3383-3386. doi : 10.1103/PhysRevLett.81.3383.
- [19] Alexander SZAMEIT et Stefan NOLTE. « Discrete optics in femtosecond-laser-written photonic structures ». In : *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* 43.16 (juill. 2010), p. 163001. issn : 0953-4075. doi : 10.1088/0953-4075/43/16/163001.
- [20] Yakir HADAD, Alexander B. KHANIKAEV et Andrea ALÙ. « Self-induced topological transitions and edge states supported by nonlinear staggered potentials ». In : *Phys. Rev. B* 93.15 (avr. 2016), p. 155112. doi : 10.1103/PhysRevB.93.155112.
- [21] You WANG et al. « Topologically enhanced harmonic generation in a nonlinear transmission line metamaterial ». In : *Nat Commun* 10.1 (mars 2019), p. 1102. issn : 2041-1723. doi : 10.1038/s41467-019-08966-9.
- [22] Daria SMIRNOVA et al. « Third-Harmonic Generation in Photonic Topological Metasurfaces ». In : *Phys. Rev. Lett.* 123.10 (sept. 2019), p. 103901. doi : 10.1103/PhysRevLett.123.103901.
- [23] P. ST-JEAN et al. « Lasing in topological edge states of a one-dimensional lattice ». In : *Nature Photon* 11.10 (oct. 2017), p. 651-656. issn : 1749-4893. doi : 10.1038/s41566-017-0006-2.
- [24] Miguel A. BANDRES et al. « Topological insulator laser : Experiments ». In : *Science* 359.6381 (mars 2018), eaar4005. doi : 10.1126/science.aar4005.
- [25] Martin WIMMER et al. « Observation of optical solitons in PT-symmetric lattices ». In : *Nat Commun* 6.1 (nov. 2015), p. 7782. issn : 2041-1723. doi : 10.1038/ncomms8782.
- [26] Ivan L. GARANOVICH et al. « Light propagation and localization in modulated photonic lattices and waveguides ». In : *Physics Reports* 518.1 (2012), p. 1-79. issn : 0370-1573. doi : <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2012.03.005>.
- [27] R. MORANDOTTI et al. « Experimental Observation of Linear and Nonlinear Optical Bloch Oscillations ». In : *Phys. Rev. Lett.* 83.23 (déc. 1999), p. 4756-4759. doi : 10.1103/PhysRevLett.83.4756.
- [28] T. PERTSCH et al. « Optical Bloch Oscillations in Temperature Tuned Waveguide Arrays ». In : *Phys. Rev. Lett.* 83.23 (déc. 1999), p. 4752-4755. doi : 10.1103/PhysRevLett.83.4752.
- [29] Ksenia SHANDAROVA et al. « Experimental Observation of Rabi Oscillations in Photonic Lattices ». In : *Phys. Rev. Lett.* 102.12 (mars 2009), p. 123905. doi : 10.1103/PhysRevLett.102.123905.
- [30] Yoav LAHINI et al. « Anderson Localization and Nonlinearity in One-Dimensional Disordered Photonic Lattices ». In : *Phys. Rev. Lett.* 100.1 (jan. 2008), p. 013906. doi : 10.1103/PhysRevLett.100.013906.
- [31] K. STALIUNAS et C. MASOLLER. « Subdiffractive light in bi-periodic arrays of modulated fibers ». In : *Opt. Express, OE* 14.22 (oct. 2006), p. 10669-10677. issn : 1094-4087. doi : 10.1364/OE.14.010669.
- [32] M. Z. HASAN et C. L. KANE. « Colloquium : Topological insulators ». In : *Rev. Mod. Phys.* 82.4 (nov. 2010), p. 3045-3067. doi : 10.1103/RevModPhys.82.3045.
- [33] N. R. COOPER, J. DALIBARD et I. B. SPIELMAN. « Topological bands for ultracold atoms ». In : *Rev. Mod. Phys.* 91.1 (mars 2019), p. 015005. doi : 10.1103/RevModPhys.91.015005.
- [34] Tomoki OZAWA et al. « Topological photonics ». In : *Rev. Mod. Phys.* 91.1 (mars 2019), p. 015006. doi : 10.1103/RevModPhys.91.015006.
- [35] Guancong MA, Meng XIAO et C. T. CHAN. « Topological phases in acoustic and mechanical systems ». In : *Nat Rev Phys* 1.4 (avr. 2019), p. 281-294. issn : 2522-5820. doi : 10.1038/s42254-019-0030-x.

- [36] Roman SÜSSTRUNK et Sebastian D. HUBER. « Classification of topological phonons in linear mechanical metamaterials ». In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 113.33 (août 2016), E4767-E4775. DOI : 10.1073/pnas.1605462113.
- [37] Joshua N. WINN et al. « Omnidirectional reflection from a one-dimensional photonic crystal ». In : *Opt. Lett., OL* 23.20 (oct. 1998), p. 1573-1575. ISSN : 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.23.001573.
- [38] H. S. EISENBERG et al. « Diffraction Management ». In : *Phys. Rev. Lett.* 85.9 (août 2000), p. 1863-1866. DOI : 10.1103/PhysRevLett.85.1863.
- [39] Alexander SZAMEIT, Felix DREISOW et Stefan NOLTE. « Discrete Optics in Femtosecond Laser Written Waveguide Arrays ». In : *Femtosecond Laser Micromachining : Photonic and Microfluidic Devices in Transparent Materials*. Sous la dir. de Roberto OSELLAME, Giulio CERULLO et Roberta RAMPONI. Topics in Applied Physics. Berlin, Heidelberg : Springer, 2012, p. 351-388. ISBN : 978-3-642-23366-1. DOI : 10.1007/978-3-642-23366-1_13.
- [40] A. YARIV. « Coupled-mode theory for guided-wave optics ». In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 9.9 (sept. 1973), p. 919-933. ISSN : 1558-1713. DOI : 10.1109/JQE.1973.1077767.
- [41] S. SOMEKH et al. « Channel optical waveguide directional couplers ». In : *Appl. Phys. Lett.* 22.1 (jan. 1973), p. 46-47. ISSN : 0003-6951. DOI : 10.1063/1.1654468.
- [42] L JONES. « Coupling of Optical Fibers and Scattering in Fibers ». In : 55 (1965), p. 11.
- [43] D. N. CHRISTODOULIDES et R. I. JOSEPH. « Discrete self-focusing in nonlinear arrays of coupled waveguides ». In : *Opt. Lett.* 13.9 (sept. 1988), p. 794. ISSN : 0146-9592, 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.13.000794.
- [44] Falk LEDERER et al. « Discrete solitons in optics ». In : *Physics Reports* 463.1 (juill. 2008), p. 1-126. ISSN : 03701573. DOI : 10.1016/j.physrep.2008.04.004.
- [45] Zengrun WEN et al. « Discrete optical propagation in one-dimensional synthetic mesh lattice ». In : *J. Opt. Soc. Am. B* 37.11 (nov. 2020), p. 3152-3161. DOI : 10.1364/JOSAB.402915.
- [46] Junichi TAKAHARA et al. « Guiding of a one-dimensional optical beam with nanometer diameter ». In : *Opt. Lett., OL* 22.7 (avr. 1997), p. 475-477. ISSN : 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.22.000475.
- [47] A. FELLAY et al. « Scattering of vibrational waves in perturbed quasi-one-dimensional multichannel waveguides ». In : *Phys. Rev. B* 55.3 (jan. 1997), p. 1707-1717. DOI : 10.1103/PhysRevB.55.1707.
- [48] Nikolaos K. EFREMIDIS et al. « Two-Dimensional Optical Lattice Solitons ». In : *Phys. Rev. Lett.* 91.21 (nov. 2003), p. 213906. DOI : 10.1103/PhysRevLett.91.213906.
- [49] Thomas BOULIER et al. « Microcavity Polaritons for Quantum Simulation ». In : *Advanced Quantum Technologies* 3.11 (2020), p. 2000052. ISSN : 2511-9044. DOI : 10.1002/qute.202000052.
- [50] S. FENG et al. « Silicon photonics : from a microresonator perspective ». In : *Laser & Photonics Reviews* 6.2 (2012), p. 145-177. ISSN : 1863-8899. DOI : 10.1002/lpor.201100020.
- [51] Miles H. ANDERSON et al. « Zero dispersion Kerr solitons in optical microresonators ». In : *Nat Commun* 13.1 (août 2022), p. 4764. ISSN : 2041-1723. DOI : 10.1038/s41467-022-31916-x.
- [52] Xi-Wang LUO et al. « Quantum simulation of 2D topological physics in a 1D array of optical cavities ». In : *Nat Commun* 6.1 (juill. 2015), p. 7704. ISSN : 2041-1723. DOI : 10.1038/ncomms8704.
- [53] Bryn A. BELL et al. « Spectral photonic lattices with complex long-range coupling ». In : *Optica, OPTICA* 4.11 (nov. 2017), p. 1433-1436. ISSN : 2334-2536. DOI : 10.1364/OPTICA.4.001433.
- [54] Chengzhi QIN et al. « Spectrum Control through Discrete Frequency Diffraction in the Presence of Photonic Gauge Potentials ». In : *Phys. Rev. Lett.* 120.13 (mars 2018), p. 133901. DOI : 10.1103/PhysRevLett.120.133901.
- [55] Luqi YUAN, Yu SHI et Shanhui FAN. « Photonic gauge potential in a system with a synthetic frequency dimension ». In : *Opt. Lett., OL* 41.4 (fév. 2016), p. 741-744. ISSN : 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.41.000741.

- [56] Luqi YUAN et al. « Synthetic dimension in photonics ». In : *Optica* 5.11 (nov. 2018), p. 1396. ISSN : 2334-2536. DOI : 10.1364/OPTICA.5.001396.
- [57] G. FLOQUET. « Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques ». In : *Ann. Sci. École Norm. Sup.* 12 (1883), p. 47-88. ISSN : 0012-9593, 1873-2151. DOI : 10.24033/asens.220.
- [58] G. W. HILL. « On the part of the motion of the lunar perigee which is a function of the mean motions of the sun and moon ». In : *Acta Mathematica* 8 (none jan. 1900), p. 1-36. ISSN : 0001-5962, 1871-2509. DOI : 10.1007/BF02417081.
- [59] AM LYAPUNOV. « Sur une série relative a la théorie des équations différentielles linéaires avec coefficient périodiques ». In : *Compte Rendu Acad. Sci. Paris* 123.26 (1896), p. 1248-1252.
- [60] Felix BLOCH et J J THOMSON. « About the Quantum Mechanics of the Electrons in Crystal Lattices ». In : (), p. 8.
- [61] P. R. WALLACE. « The Band Theory of Graphite ». In : *Phys. Rev.* 71.9 (mai 1947), p. 622-634. DOI : 10.1103/PhysRev.71.622.
- [62] J. C. SLATER. « Ferromagnetism and the Band Theory ». In : *Rev. Mod. Phys.* 25.1 (jan. 1953), p. 199-210. DOI : 10.1103/RevModPhys.25.199.
- [63] W. V. HOUSTON. « Acceleration of Electrons in a Crystal Lattice ». In : *Phys. Rev.* 57.3 (fév. 1940), p. 184-186. DOI : 10.1103/PhysRev.57.184.
- [64] Netanel H. LINDNER, Gil REFAEL et Victor GALITSKI. « Floquet topological insulator in semiconductor quantum wells ». In : *Nature Phys* 7.6 (juin 2011), p. 490-495. ISSN : 1745-2481. DOI : 10.1038/nphys1926.
- [65] Y. H. WANG et al. « Observation of Floquet-Bloch States on the Surface of a Topological Insulator ». In : *Science* 342.6157 (oct. 2013), p. 453-457. DOI : 10.1126/science.1239834.
- [66] H. LIGNIER et al. « Dynamical Control of Matter-Wave Tunneling in Periodic Potentials ». In : *Phys. Rev. Lett.* 99.22 (nov. 2007), p. 220403. DOI : 10.1103/PhysRevLett.99.220403.
- [67] J. STRUCK et al. « Engineering Ising-XY spin-models in a triangular lattice using tunable artificial gauge fields ». In : *Nature Phys* 9.11 (nov. 2013), p. 738-743. ISSN : 1745-2481. DOI : 10.1038/nphys2750.
- [68] Takuya KITAGAWA et al. « Topological characterization of periodically driven quantum systems ». In : *Phys. Rev. B* 82.23 (déc. 2010), p. 235114. ISSN : 1098-0121, 1550-235X. DOI : 10.1103/PhysRevB.82.235114.
- [69] R. O. UMUCALILAR et I. CARUSOTTO. « Generation and spectroscopic signatures of a fractional quantum Hall liquid of photons in an incoherently pumped optical cavity ». In : *Phys. Rev. A* 96.5 (nov. 2017), p. 053808. DOI : 10.1103/PhysRevA.96.053808.
- [70] Takashi OKA et Hideo AOKI. « Photovoltaic Hall effect in graphene ». In : *Phys. Rev. B* 79.8 (fév. 2009), p. 081406. DOI : 10.1103/PhysRevB.79.081406.
- [71] Kejie FANG, Zongfu YU et Shanhui FAN. « Realizing effective magnetic field for photons by controlling the phase of dynamic modulation ». In : *Nature Photon* 6.11 (nov. 2012), p. 782-787. ISSN : 1749-4893. DOI : 10.1038/nphoton.2012.236.
- [72] Mikael C. RECHTSMAN et al. « Photonic Floquet topological insulators ». In : *Nature* 496.7444 (avr. 2013), p. 196-200. ISSN : 0028-0836, 1476-4687. DOI : 10.1038/nature12066.
- [73] N. GOLDMAN et J. DALIBARD. « Periodically Driven Quantum Systems : Effective Hamiltonians and Engineered Gauge Fields ». In : *Phys. Rev. X* 4.3 (août 2014), p. 031027. DOI : 10.1103/PhysRevX.4.031027.
- [74] André ECKARDT. « Colloquium : Atomic quantum gases in periodically driven optical lattices ». In : *Rev. Mod. Phys.* 89.1 (mars 2017), p. 011004. DOI : 10.1103/RevModPhys.89.011004.
- [75] Mark S. RUDNER et al. « Anomalous Edge States and the Bulk-Edge Correspondence for Periodically Driven Two-Dimensional Systems ». In : *Phys. Rev. X* 3.3 (juill. 2013), p. 031005. DOI : 10.1103/PhysRevX.3.031005.

- [76] Frederik NATHAN et Mark S. RUDNER. « Topological singularities and the general classification of Floquet–Bloch systems ». In : *New J. Phys.* 17.12 (déc. 2015), p. 125014. ISSN : 1367-2630. DOI : 10.1088/1367-2630/17/12/125014.
- [77] F. D. M. HALDANE. « Model for a Quantum Hall Effect without Landau Levels : Condensed-Matter Realization of the "Parity Anomaly" ». In : *Phys. Rev. Lett.* 61.18 (oct. 1988), p. 2015-2018. ISSN : 0031-9007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.61.2015.
- [78] Filippo CARDANO et al. « Detection of Zak phases and topological invariants in a chiral quantum walk of twisted photons ». In : *Nat Commun* 8.1 (juin 2017), p. 15516. ISSN : 2041-1723. DOI : 10.1038/ncomms15516.
- [79] Wenchao HU et al. « Measurement of a Topological Edge Invariant in a Microwave Network ». In : *Phys. Rev. X* 5.1 (fév. 2015), p. 011012. DOI : 10.1103/PhysRevX.5.011012.
- [80] M. BELLEC et al. « Non-diffracting states in one-dimensional Floquet photonic topological insulators ». In : *EPL* 119.1 (juill. 2017), p. 14003. ISSN : 0295-5075, 1286-4854. DOI : 10.1209/0295-5075/119/14003.
- [81] D. BOUWMEESTER et al. « Optical Galton board ». In : *Phys. Rev. A* 61.1 (déc. 1999), p. 013410. ISSN : 1050-2947, 1094-1622. DOI : 10.1103/PhysRevA.61.013410.
- [82] H. JEONG, M. PATERNOSTRO et M. S. KIM. « Simulation of quantum random walks using the interference of a classical field ». In : *Phys. Rev. A* 69.1 (jan. 2004), p. 012310. DOI : 10.1103/PhysRevA.69.012310.
- [83] Martin WIMMER et al. « Observation of Bloch oscillations in complex PT-symmetric photonic lattices ». In : *Sci Rep* 5.1 (déc. 2015), p. 17760. ISSN : 2045-2322. DOI : 10.1038/srep17760.
- [84] Martin WIMMER et al. « Superfluidity of Light and its Break-Down in Optical Mesh Lattices ». In : *arXiv :2008.04663 [cond-mat, physics :physics]* (août 2020). URL : <http://arxiv.org/abs/2008.04663> (visité le 30/10/2020).
- [85] Sebastian WEIDEMANN et al. « Topological funneling of light ». In : *Science* 368.6488 (2020), p. 311-314. ISSN : 0036-8075. DOI : 10.1126/science.aaz8727.
- [86] Alois REGENSBURGER et al. « Parity–time synthetic photonic lattices ». In : *Nature* 488.1 (2012), p. 167.
- [87] Alois REGENSBURGER et al. « Observation of Defect States in P T -Symmetric Optical Lattices ». In : *Phys. Rev. Lett.* 110.22 (mai 2013), p. 223902. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.110.223902.
- [88] André L. M. MUNIZ et al. « Kapitza light guiding in photonic mesh lattice ». In : *Opt. Lett.* 44.24 (déc. 2019), p. 6013-6016. DOI : 10.1364/OL.44.006013.
- [89] Martin WIMMER. « Experiments on photonic mesh lattices ». Thèse de doct. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (FAU), 2018.
- [90] C. CEDZICH et al. « The topological classification of one-dimensional symmetric quantum walks ». In : *Ann. Henri Poincaré* 19.2 (fév. 2018), p. 325-383. ISSN : 1424-0637, 1424-0661. DOI : 10.1007/s00023-017-0630-x.
- [91] J. ZAK. « Berry's phase for energy bands in solids ». In : *Phys. Rev. Lett.* 62.23 (juin 1989), p. 2747-2750. DOI : 10.1103/PhysRevLett.62.2747.
- [92] Corentin LECHEVALIER et al. « Single-shot measurement of the photonic band structure in a fiber-based Floquet-Bloch lattice ». In : *Commun Phys* 4.1 (nov. 2021), p. 1-9. ISSN : 2399-3650. DOI : 10.1038/s42005-021-00750-w.
- [93] A. M. TIKAN et al. « Deriving eigenmode excitation spectrum of synthetic photonic lattices by means of optical heterodyning ». In : *Laser Physics* 27.2 (jan. 2017), p. 026203. DOI : 10.1088/1555-6611/aa4f59.
- [94] G.P. AGRAWAL. *Nonlinear Fiber Optics*. Optics and Photonics. Elsevier Science, 2012. ISBN : 978-0-12-397023-7. URL : <https://books.google.fr/books?id=xNvw-GDVn84C>.
- [95] S. P. SMITH, F. ZARINETCHI et S. EZEKIEL. « Narrow-linewidth stimulated Brillouin fiber laser and applications ». In : *Opt. Lett., OL* 16.6 (mars 1991), p. 393-395. ISSN : 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.16.000393.

- [96] Alexis DEBUT, Stéphane RANDOUX et Jaouad ZEMMOURI. « Linewidth narrowing in Brillouin lasers : Theoretical analysis ». In : *Phys. Rev. A* 62.2 (juill. 2000), p. 023803. DOI : 10.1103/PhysRevA.62.023803.
- [97] UDD, ERIC AND SPILLMAN JR, WILLIAM B. « Fiber optic sensors : an introduction for engineers and scientists ». In : (2011).
- [98] Avik DUTT et al. « A single photonic cavity with two independent physical synthetic dimensions ». In : *Science* 367.6473 (jan. 2020), p. 59-64. ISSN : 0036-8075, 1095-9203. DOI : 10.1126/science.aaz3071.
- [99] Marcos ATALA et al. « Direct Measurement of the Zak phase in Topological Bloch Bands ». In : *Nature Phys* 9.12 (déc. 2013), p. 795-800. ISSN : 1745-2473, 1745-2481. DOI : 10.1038/nphys2790.
- [100] Eric L. SHIRLEY et al. « Brillouin-zone-selection effects in graphite photoelectron angular distributions ». In : *Phys. Rev. B* 51.19 (mai 1995), p. 13614-13622. DOI : 10.1103/PhysRevB.51.13614.
- [101] Aaron BOSTWICK et al. « Quasiparticle dynamics in graphene ». In : *Nature Phys* 3.1 (jan. 2007), p. 36-40. ISSN : 1745-2481. DOI : 10.1038/nphys477.
- [102] Albert F. ADIYATULLIN et al. *Multi-topological Floquet metals in a photonic lattice*. Mars 2022. URL : <http://arxiv.org/abs/2203.01056> (visité le 01/09/2022).
- [103] Shiqi XIA et al. « Nontrivial coupling of light into a defect : the interplay of nonlinearity and topology ». In : *Light Sci Appl* 9.1 (août 2020), p. 147. ISSN : 2047-7538. DOI : 10.1038/s41377-020-00371-y.
- [104] C. NAVARRETE-BENLLOCH, A. PÉREZ et Eugenio ROLDÁN. « Nonlinear optical Galton board ». In : *Phys. Rev. A* 75.6 (juin 2007), p. 062333. ISSN : 1050-2947, 1094-1622. DOI : 10.1103/PhysRevA.75.062333.
- [105] André L. M. MUNIZ et al. « Collapse on the line – how synthetic dimensions influence nonlinear effects ». In : *Sci Rep* 9.1 (juill. 2019), p. 9518. ISSN : 2045-2322. DOI : 10.1038/s41598-019-46060-8.
- [106] Nicholas MANTON et Paul SUTCLIFFE. *Topological solitons*. Cambridge University Press, 2004.
- [107] C. I. CHRISTOV et M. G. VELARDE. « Dissipative solitons ». In : *Physica D : Nonlinear Phenomena. Chaos, Order and Patterns : Aspects of Nonlinearity - @'The Gran Finale@'* 86.1 (sept. 1995), p. 323-347. ISSN : 0167-2789. DOI : 10.1016/0167-2789(95)00111-G.
- [108] Philippe GRELU et Nail AKHMEDIEV. « Dissipative solitons for mode-locked lasers ». In : *Nature Photon* 6.2 (fév. 2012), p. 84-92. ISSN : 1749-4893. DOI : 10.1038/nphoton.2011.345.
- [109] David W. AOSSEY et al. « Properties of soliton-soliton collisions ». In : *Phys. Rev. A* 45.4 (fév. 1992), p. 2606-2610. ISSN : 1050-2947, 1094-1622. DOI : 10.1103/PhysRevA.45.2606.
- [110] Daria A. SMIRNOVA et al. « Topological Edge States and Gap Solitons in the Nonlinear Dirac Model ». In : *Laser & Photonics Reviews* 13.12 (2019), p. 1900223. ISSN : 1863-8899. DOI : 10.1002/lpor.201900223.
- [111] Andre L. M. MUNIZ et al. « 2D Solitons in P T -Symmetric Photonic Lattices ». In : *Phys. Rev. Lett.* 123.25 (déc. 2019), p. 253903. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.123.253903.
- [112] Dmitry E. PELINOVSKY, Andrey A. SUKHORUKOV et Yuri S. KIVSHAR. « Bifurcations and stability of gap solitons in periodic potentials ». In : *Phys. Rev. E* 70.3 (sept. 2004), p. 036618. DOI : 10.1103/PhysRevE.70.036618.
- [113] G. P. TSIRONIS, G. D. BARMPPARIS et D. K. CAMPBELL. « Dynamical symmetry breaking through AI : The dimer self-trapping transition ». In : *Int. J. Mod. Phys. B* 36.7 (mars 2022), p. 2240001. ISSN : 0217-9792. DOI : 10.1142/S021797922240001X.
- [114] Artem V. PANKOV, Ilya D. VATNIK et Andrey A. SUKHORUKOV. « Optical Neural Network Based on Synthetic Nonlinear Photonic Lattices ». In : *Phys. Rev. Applied* 17.2 (fév. 2022), p. 024011. ISSN : 2331-7019. DOI : 10.1103/PhysRevApplied.17.024011.

- [115] Govind P. AGRAWAL. « Nonlinear fiber optics : its history and recent progress [Invited] ». In : *J. Opt. Soc. Am. B* 28.12 (déc. 2011), A1. ISSN : 0740-3224, 1520-8540. DOI : 10.1364/JOSAB.28.0000A1.
- [116] Fatkhulla Kh. ABDULLAEV et al. « Solitons in PT symmetric nonlinear lattices ». In : *Phys. Rev. A* 83.4 (avr. 2011), p. 041805. DOI : 10.1103/PhysRevA.83.041805.
- [117] Rodislav DRIBEN et Boris A. MALOMED. « Stability of solitons in parity-time-symmetric couplers ». In : *Opt. Lett., OL* 36.22 (nov. 2011), p. 4323-4325. ISSN : 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.36.004323.
- [118] Xing ZHU et al. « Gap solitons in parity-time complex periodic optical lattices with the real part of superlattices ». In : *Opt. Lett.* 36.14 (juill. 2011), p. 2680. ISSN : 0146-9592, 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.36.002680.
- [119] Zhiwei SHI et al. « Bright spatial solitons in defocusing Kerr media with PT symmetric potentials ». In : *Phys. Rev. A* 84.5 (nov. 2011), p. 053855. DOI : 10.1103/PhysRevA.84.053855.
- [120] Yu. V. BLUDOV, V. V. KONOTOP et B. A. MALOMED. « Stable dark solitons in PT symmetric dual-core waveguides ». In : *Phys. Rev. A* 87.1 (jan. 2013), p. 013816. DOI : 10.1103/PhysRevA.87.013816.
- [121] Yaroslav V. KARTASHOV, Boris A. MALOMED et Lluís TORNER. « Unbreakable PT symmetry of solitons supported by inhomogeneous defocusing nonlinearity ». In : *Opt. Lett., OL* 39.19 (oct. 2014), p. 5641-5644. ISSN : 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.39.005641.
- [122] Sergey K. IVANOV, Yaroslav V. KARTASHOV et Vladimir V. KONOTOP. « Floquet defect solitons ». In : *Opt. Lett.* 46.21 (nov. 2021), p. 5364. ISSN : 0146-9592, 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.441124.
- [123] Sergey K. IVANOV et al. « Vector Topological Edge Solitons in Floquet Insulators ». In : *ACS Photonics* 7.3 (mars 2020), p. 735-745. ISSN : 2330-4022, 2330-4022. DOI : 10.1021/acsp Photonics.9b01589.
- [124] Min GUO et al. « Weakly nonlinear topological gap solitons in Su–Schrieffer–Heeger photonic lattices ». In : *Opt. Lett., OL* 45.23 (déc. 2020), p. 6466-6469. ISSN : 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.411102.
- [125] D. MANDELIK et al. « Band-Gap Structure of Waveguide Arrays and Excitation of Floquet-Bloch Solitons ». In : *Phys. Rev. Lett.* 90.5 (fév. 2003), p. 053902. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.90.053902.
- [126] D. MANDELIK et al. « Gap Solitons in Waveguide Arrays ». In : *Phys. Rev. Lett.* 92.9 (mars 2004), p. 093904. DOI : 10.1103/PhysRevLett.92.093904.
- [127] Alexey TIKAN et al. « Nonlinear dispersion relation in integrable turbulence ». In : *Sci Rep* 12.1 (juin 2022), p. 10386. ISSN : 2045-2322. DOI : 10.1038/s41598-022-14209-7.
- [128] Alexey TIKAN et al. « Universality of the Peregrine Soliton in the Focusing Dynamics of the Cubic Nonlinear Schrödinger Equation ». In : *Phys. Rev. Lett.* 119.3 (juill. 2017), p. 033901. DOI : 10.1103/PhysRevLett.119.033901.
- [129] K. TAI et al. « Generation of subpicosecond solitonlike optical pulses at 0.3 THz repetition rate by induced modulational instability ». In : *Appl. Phys. Lett.* 49.5 (août 1986), p. 236-238. ISSN : 0003-6951, 1077-3118. DOI : 10.1063/1.97181.
- [130] D. ANDERSON et M. LISAK. « Modulational instability of coherent optical-fiber transmission signals ». In : *Opt. Lett., OL* 9.10 (oct. 1984), p. 468-470. ISSN : 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.9.000468.
- [131] B. HERMANSSON et D. YEVICK. « Modulational instability effects in PSK modulated coherent fiber systems and their reduction by optical loss ». In : *Optics Communications* 52.2 (nov. 1984), p. 99-102. ISSN : 0030-4018. DOI : 10.1016/0030-4018(84)90290-6.
- [132] Edmund J. R. KELLEHER et al. « Role of pump coherence in the evolution of continuous-wave supercontinuum generation initiated by modulation instability ». In : *J. Opt. Soc. Am. B, JOSAB* 29.3 (mars 2012), p. 502-512. ISSN : 1520-8540. DOI : 10.1364/JOSAB.29.000502.

- [133] J. M. DUDLEY et al. « Modulation instability, Akhmediev Breathers and continuous wave supercontinuum generation ». In : *Opt. Express*, OE 17.24 (nov. 2009), p. 21497-21508. ISSN : 1094-4087. DOI : 10.1364/OE.17.021497.
- [134] Alexandre LEBEL et al. « Single-shot observation of breathers from noise-induced modulation instability using heterodyne temporal imaging ». In : *Opt. Lett.*, OL 46.2 (jan. 2021), p. 298-301. ISSN : 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.408730.
- [135] Daniel LEYKAM et al. « Probing Band Topology Using Modulational Instability ». In : *Phys. Rev. Lett.* 126.7 (fév. 2021), p. 073901. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.126.073901.
- [136] K. TAI, A. HASEGAWA et A. TOMITA. « Observation of modulational instability in optical fibers ». In : *Phys. Rev. Lett.* 56.2 (jan. 1986), p. 135-138. DOI : 10.1103/PhysRevLett.56.135.
- [137] Fabio BARONIO et al. « Vector Rogue Waves and Baseband Modulation Instability in the Defocusing Regime ». In : *Phys. Rev. Lett.* 113.3 (juill. 2014), p. 034101. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.113.034101.
- [138] J. Miguel HICKMANN, A. S. L. GOMES et Cid B. de ARAÚJO. « Observation of spatial cross-phase modulation effects in a self-defocusing nonlinear medium ». In : *Phys. Rev. Lett.* 68.24 (juin 1992), p. 3547-3550. DOI : 10.1103/PhysRevLett.68.3547.
- [139] Wen-Han CHU et al. « Induced spatiotemporal modulation instability in a noninstantaneous self-defocusing medium ». In : *Opt. Lett.*, OL 30.14 (juill. 2005), p. 1846-1848. ISSN : 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.30.001846.
- [140] Alexey TIKAN et al. « Local Emergence of Peregrine Solitons : Experiments and Theory ». In : *Frontiers in Physics* 8 (2021). ISSN : 2296-424X. URL : <https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fphy.2020.599435> (visité le 17/01/2022).
- [141] B. KIBLER et al. « The Peregrine soliton in nonlinear fibre optics ». In : *Nature Phys* 6.10 (oct. 2010), p. 790-795. ISSN : 1745-2481. DOI : 10.1038/nphys1740.
- [142] Pierre SURET et al. « Direct observation of Rogue Waves in optical turbulence using Time Microscopy ». In : *Nat Commun* 7.1 (déc. 2016), p. 13136. ISSN : 2041-1723. DOI : 10.1038/ncomms13136.
- [143] Shanti TOENGER et al. « Emergent rogue wave structures and statistics in spontaneous modulation instability ». In : *Sci Rep* 5.1 (mai 2015), p. 10380. ISSN : 2045-2322. DOI : 10.1038/srep10380.
- [144] Mikko NÄRHI et al. « Real-time measurements of spontaneous breathers and rogue wave events in optical fibre modulation instability ». In : *Nat Commun* 7.1 (déc. 2016), p. 13675. ISSN : 2041-1723. DOI : 10.1038/ncomms13675.
- [145] Guillaume MICHEL et al. « Emergence of Peregrine solitons in integrable turbulence of deep water gravity waves ». In : *Phys. Rev. Fluids* 5.8 (août 2020), p. 082801. ISSN : 2469-990X. DOI : 10.1103/PhysRevFluids.5.082801.
- [146] A V GUREVICH et A B SHVARTSBERG. « EXACT SOLUTIONS OF THE EQUATIONS OF NONLINEAR GEOMETRIC OPTICS ». In : (), p. 6.
- [147] J. FATOME et al. « Observation of Optical Undular Bores in Multiple Four-Wave Mixing ». In : *Phys. Rev. X* 4.2 (mai 2014), p. 021022. ISSN : 2160-3308. DOI : 10.1103/PhysRevX.4.021022.
- [148] Claudio CONTI et al. « Observation of a Gradient Catastrophe Generating Solitons ». In : *Phys. Rev. Lett.* 102.8 (fév. 2009), p. 083902. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.102.083902.
- [149] Gino BIONDINI. « Riemann problems and dispersive shocks in self-focusing media ». In : *Phys. Rev. E* 98.5 (nov. 2018), p. 052220. DOI : 10.1103/PhysRevE.98.052220.
- [150] W. J. TOMLINSON et al. « Dark optical solitons with finite-width background pulses ». In : *J. Opt. Soc. Am. B* 6.3 (mars 1989), p. 329. ISSN : 0740-3224, 1520-8540. DOI : 10.1364/JOSAB.6.000329.
- [151] Joshua E. ROTHENBERG et Harley K. HEINRICH. « Observation of the formation of dark-soliton trains in optical fibers ». In : *Opt. Lett.* 17.4 (fév. 1992), p. 261. ISSN : 0146-9592, 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.17.000261.

- [152] Dragomir NESHEV et al. « Spatial solitons in optically induced gratings ». In : *Opt. Lett.*, OL 28.9 (mai 2003), p. 710-712. ISSN : 1539-4794. DOI : 10.1364/OL.28.000710.
- [153] Lavi Kumar UPRETI et al. « Floquet Winding Metals ». In : *arXiv :1907.09914 [cond-mat, physics :physics]* (juill. 2019). URL : <http://arxiv.org/abs/1907.09914> (visité le 02/11/2021).
- [154] A. V. POSHAKINSKIY, A. N. PODDUBNY et M. HAFEZI. « Phase spectroscopy of topological invariants in photonic crystals ». In : *Phys. Rev. A* 91.4 (avr. 2015), p. 043830. DOI : 10.1103/PhysRevA.91.043830.
- [155] F. Nur ÜNAL, Babak SERADJEH et André ECKARDT. « How to Directly Measure Floquet Topological Invariants in Optical Lattices ». In : *Phys. Rev. Lett.* 122.25 (juin 2019), p. 253601. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.122.253601.
- [156] Kai WANG et al. « Observation of arbitrary topological windings of a non-Hermitian band ». In : *arXiv :2011.14275 [cond-mat, physics :physics, physics :quant-ph]* (nov. 2020). URL : <http://arxiv.org/abs/2011.14275> (visité le 10/02/2021).
- [157] Aleksandra MALUCKOV et al. « Nonlinear signatures of Floquet band topology ». In : *Phys. Rev. B* 105.11 (mars 2022), p. 115133. DOI : 10.1103/PhysRevB.105.115133.
- [158] Lavi K. UPRETI et al. « Topological Swing of Bloch Oscillations in Quantum Walks ». In : *Phys. Rev. Lett.* 125.18 (oct. 2020), p. 186804. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.125.186804.
- [159] Hamidreza CHALABI et al. « Synthetic Gauge Field for Two-Dimensional Time-Multiplexed Quantum Random Walks ». In : *Phys. Rev. Lett.* 123.15 (oct. 2019), p. 150503. DOI : 10.1103/PhysRevLett.123.150503.
- [160] H. M. PRICE et N. R. COOPER. « Mapping the Berry curvature from semiclassical dynamics in optical lattices ». In : *Phys. Rev. A* 85.3 (mars 2012), p. 033620. ISSN : 1050-2947, 1094-1622. DOI : 10.1103/PhysRevA.85.033620.
- [161] Xuyou LI et al. « Frequency stabilization research of Brillouin fiber-optic gyroscope ». In : *The 2010 IEEE International Conference on Information and Automation*. Juin 2010, p. 1544-1547. DOI : 10.1109/ICINFA.2010.5512169.
- [162] Sommart SANG-NGERN et Athikom ROEKSAUTR. « Electronic Feedback System for Stabilization of Fiber Ring Resonator ». In : *ETRI J* 32.1 (fév. 2010), p. 53-61. ISSN : 1225-6463. DOI : 10.4218/etrij.10.0109.0320.
- [163] Huilian MA et al. « Full investigation of the resonant frequency servo loop for resonator fiber-optic gyro ». In : *Appl. Opt.* 51.21 (juill. 2012), p. 5178. ISSN : 1559-128X, 2155-3165. DOI : 10.1364/AO.51.005178.
- [164] Zhonghe JIN, Xuhui YU et Huilian MA. « Resonator fiber optic gyro employing a semiconductor laser ». In : *Appl. Opt.* 51.15 (mai 2012), p. 2856. ISSN : 1559-128X, 2155-3165. DOI : 10.1364/AO.51.002856.
- [165] Michal SKALSKÝ, Zdeněk HAVRÁNEK et Jiří FIALKA. « Efficient Modulation and Processing Method for Closed-Loop Fiber Optic Gyroscope with Piezoelectric Modulator ». In : *Sensors* 19.7 (avr. 2019), p. 1710. ISSN : 1424-8220. DOI : 10.3390/s19071710.
- [166] Radha Madhuri RAJULAPATI. « MODELING AND SIMULATION OF SIGNAL PROCESSING FOR A CLOSED LOOP FIBER OPTIC GYRO'S USING FPGA ». In : *International Journal of Engineering Science and Technology* 4 (2012), p. 13.

Glossaire

A | B | D | E | F | G | I | M | O | P | S | T | Z

A

Amplificateur à fibre Dopée Erbium (EDFA) Amplificateur fabriqué à partir de fibre optique dopée à l'erbium. Leur gamme d'amplification se situe dans la bande C (1550 nm). 32, 34, 40, 81

B

Boucle fibrée à laser Brillouin Boucle fibrée dans laquelle circule une onde Stokes à contre sens d'une onde de pompe dont la puissance optique est élevée et décalée en fréquence. 40, 43, 81

D

Diagramme spatio-temporel Graphique représentant l'évolution spatiale et temporelle d'une onde dans son propre référentiel. 109, 116

E

Emission Spontanée Amplifiée (ASE) L'amplification amenée par les EDFA produit un rayonnement large autour de la fréquence centrale. 35

F

Fibre à Maintient de Polarisation (PMF) La fibre optique à maintien de polarisation possède deux axes de propagation (lent et rapide) sur lesquelles la lumière reste linéairement polarisée. 31, 101

Filtre à réponse impulsionnelle (FIR) La réponse de ce type de filtre est basée sur un nombre fini de valeurs du signal d'entrée. 120, 121

Floquet-Bloch Le théorème de Floquet-Bloch est utilisé comme solution pour résoudre des équations d'évolution d'un système périodique en temps et en espace. 5, 58

FPGA Réseau de portes programmables. Les portes logiques connectant les blocs sont reconfigurables à volonté. Elles contiennent de la RAM et un processeur pour exécuter un logiciel. 118–120, 122

G

Générateur de basses fréquences (GBF) Délivre un signal de forme simple (non arbitraire, carré, sinus, ramp). 124

Générateur de Fonction arbitraire (AWG) Les signaux électriques générés peuvent prendre une forme particulière (gaussienne) et sont souvent à haute fréquence (plusieurs GHz). 32

I

Intervalle spectral libre (ISL) Intervalle optique délimité en fréquence par deux pics de résonance. 11, 41, 117, 118, 122

M

Modulateur acousto-optique (AOM) Le modulateur acousto-optique diffracte une onde lumineuse incidente sous différents ordres (angles). En faisant vibrer le milieu avec une sinusoïdale pure, il est possible de moduler l'amplitude de la lumière sur l'ordre +1. 124, 125

Modulateur de Phase (MP) Modulateur électro-optique permettant d'appliquer une variation d'indice pour déphaser une onde. 123–126

Modulateur Electro-Optique (EOM) Le modulateur électro-optique modifie l'indice du milieu par une onde électrique pour appliquer une forme à un signal (optique) entrant. 10, 11, 32

O

Oscillateur local (OL) Cavité résonante produisant une onde de référence (souvent décalée en fréquence par rapport au signal entrant). 39, 81

P

PI Intégrateur Proportionnel. Organe de contrôle qui permet une régulation en boucle fermée d'un procédé. Il compare une valeur mesurée avec une valeur de consigne pour les soustraire, ce qui donne le signal d'erreur. Le procédé tente de minimiser cette erreur. 118–121

PZT Transducteur électromécanique composé de matériau piézoélectrique (en céramique) ayant une certaine forme relative aux axes cristallographiques. L'apport d'énergie mécanique est convertie en énergie électrique (effet direct) et de l'électrique vers le mécanique (effet inverse). 118, 119, 121

S

Schrödinger non linéaire (NLS) L'équation de Schrödinger non linéaire décrit à l'ordre le plus bas la propagation d'une onde dans un milieu dispersif et non linéaire. 78

T

Taux de bruit relatif (RIN) Ce taux décrit la proportion de bruit présent dans une source laser. 32

Transformée de Fourier (TF) La transformée de Fourier à une dimension est une opération qui transforme un signal intégrable (dans le temps) vers un signal décrivant le spectre fréquentiel du signal temporel. 116, 117

Transformée de Fourier à deux dimensions (TF2D) La transformée de Fourier à deux dimensions transforme l'évolution spatio-temporelle d'un signal vers son spectre fréquentiel avec pour variables le moment de Bloch et les quasi-énergies (pour un réseau périodique en espace et en temps). 27, 43, 53

Transformée de Fourier inverse à deux dimensions (TFI2D) La transformée de Fourier inverse à deux dimensions effectue la transformation inverse de celle de la TF2D. 89

Z

Zone de Brillouin (ZB) Espace irréductible contenant toutes les propriétés physique d'un réseau périodique. 33, 44, 67, 115

Résumé

Ce travail de thèse est dédié à l'étude de la structure des bandes photoniques dans un réseau photonique fibré. Nous avons construit un double anneau fibré modélisant un réseau photonique de type Floquet-Bloch périodique en temps et en espace simulant un Hamiltonien périodique dans le temps. Nous décrivons dans ce travail un processus de mesure de l'intensité et de la phase du champ électrique par une technique de mesure hétérodyne. En utilisant ce processus, nous avons réalisé, pour la toute première fois, une observation directe en une seule mesure de la structure des bandes photoniques et de la relation de dispersion du réseau photonique.

En fournissant une analyse de la structure des bandes photoniques, nous avons caractérisé des phénomènes complexes dans le régime linéaire et non linéaire. Dans le régime linéaire, nous avons décrit avec une précision remarquable les états propres qui gouvernent le réseau photonique. Nous décrivons dans ce travail comment une modulation de phase périodique modifie la relation de dispersion et permet d'observer des structures de bandes particulières. Dans le régime non linéaire, nous avons mis en évidence l'émergence de structures solitoniques, à la fois dans la dynamique spatio-temporelle du réseau mais aussi dans la structure des bandes. La présence de nouveaux modes non linéaires dans la structure des bandes nous a permis à mieux comprendre les aspects focalisant ou défocalisant liés à la forme de la structure des bandes. À travers un processus de reconstruction du champ lumineux, nous avons pu observer la dynamique du champ complexe de la lumière pour étudier des effets non linéaires.

Cette thèse contribue à l'étude de la structure des bandes dans les réseaux photoniques pour mieux comprendre les phénomènes physiques dues à la dispersion et aux effets non linéaire. Elle apporte une analyse des vecteurs propres complète et nécessaire pour l'étude de réseau photoniques topologiques.

Mots clés : réseaux photoniques ; optiques linéaires ; relation de dispersion ; bandes photoniques ; états propres ; optiques non linéaires ; solitons discrets

BAND STRUCTURE, EIGENSTATES AND NONLINEAR DYNAMIC IN A FIBER PHOTONIC LATTICE

Abstract

This thesis work is dedicated to the study of the photonic band structure of the lattice. We built a double fiber ring expressing a space-temporal photonic lattice type Floquet-Bloch that simule a temporal periodic Hamiltonian. We describe in this wrok a process that allow the measurement of both intensity and phase of the electrical field thanks to a heterodyne technic. By use of this process, we realise the single shot measurement of the photonic band structure and the dispersion relation of the photonic lattice.

Providing analysis of these band structure, we characterised complex phénomène in both linear and nonlinear regimes. In the linear régime, we described with a remarkable precision the eigenstates wich govern the photonic network. We have observed differents bands structures under periodics potentials and allows the observation of particular bands structures. In the nonlinear one, we have demonstrated the emergence of solitonics structures, in both spatio-temporal dynamic and inside band structure. Observation of new nonlinear modes in the band structure open the oportunity to study the nonlinear effect in the photonic lattice. Our observations shows the nonlinear modes that are responsible for soliton formation. Thanks to a rebuilding of the complex field of light we show dynamics of the complex electric field in order to observe nonlinear effects.

This thesis contributes to the study of the band structure of photonic lattice to better understand the physical phenomenon due to dispersion and nonlinear effects. This works gives a complete analysis of the eigenstates to understand more the properties of topological photonic lattices.

Keywords: photonics lattices; linear optics; dispersion relation; photonics bands; eigenstates; nonlinear optics; discrets solitons